UNS
ESCUELA DE POSGRADO

Sobre la posible unificación de la ley de Coulomb y la ley De Newton de la interacción gravitacional basada en membranas: naturaleza y consecuencias.

TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE DOCTOR EN MATEMÁTICA

AUTOR:

MSc. REYNA ZEGARRA, Lizandro Baldomero

ASESOR:

Dr. CORTEZ GUTIÉRREZ, Milton Milciades

COASESOR:

Dr. GÓMEZ ARMAS, Luis Enrique

NUEVO CHIMBOTE - PERÚ
2022

UNS
ESCUELA DE
POSGRADO

CONSTANCIA DE ASESORAMIENTO DE LA TESIS DOCTORAL

Yo, Milton Milcíades Cortez Gutiérrez, mediante la presente certifico mi asesoramiento de la Tesis Doctoral titulada: **Sobre la posible unificación de la ley de Coulomb y la ley de Newton de la interacción gravitacional basada en membranas: naturaleza y consecuencias**, elaborada por el MSc. Lizandro Baldomero Reyna Zegarra para obtener el Grado Académico de Doctor en Matemática en la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional del Santa.

Nuevo Chimbote, 01 de octubre del 2021

Dr. Milton Milciades Cortéz Gutiérrez

ASESOR

UNS
ESCUELA DE
POSGRADO

CONFORMIDAD DEL JURADO EVALUADOR

Sobre la posible unificación de la ley Coulomb y la ley
De Newton de la interacción gravitacional basada en membranas:
naturaleza y consecuencias.

TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE DOCTOR EN MATEMÁTICA

Revisado y Aprobado por el Jurado Evaluador:

Dr. Ernesto Antonio Cedrón León
PRESIDENTE

Dr. Heron Juan Morales Marchena
SECRETARIO

Dr. Milton Milciades Cortéz Gutiérrez
VOCAL

turnitin

Digital Receipt

This receipt acknowledges that Turnitin received your paper. Below you will find the receipt information regarding your submission.

The first page of your submissions is displayed below.

Submission author:	Lizandro Baldomero Reyna Zegarra
Assignment title:	TESIS DOCTORADO MATEMATICA UNS
Submission title:	Sobre la posible unificación de la ley de Coulomb y la ley De ...
File name:	INFORME-TESIS-DOCTORADO-MATEMATICA_-_FINAL_-_Turnit...
File size:	1.03M
Page count:	63
Word count:	15,599
Character count:	82,098
Submission date:	14-Oct-2021 10:38AM (UTC-0500)
Submission ID:	1673818961

UNS

Sobre la posible unificación de la ley de Coulomb y la ley
De Newton de la interacción gravitacional basada en membranas:
naturaleza y consecuencias.

ESCUELA DE POSGRADO

PROGRAMA: Doctorado en Matemática

TESIS DE DOCTORADO EN MATEMATICA

AUTOR: MSc. Lizandro Baldomero Reyna Zegarra

ASESOR: Dr. Milton Milciades Cortez Gutiérrez

COASESOR: Dr. Luis Enrique Gómez Armas

CHIMBOTE – PERU
2021

Copyright 2021 Turnitin. All rights reserved.

DEDICATORIA

A mis padres, *que desde el cielo celebran mi superación profesional porque soy fruto del esfuerzo de ambos.*

A mi hermana*, Delicia Elvira Reyna Zegarra por su apoyo y comprensión incondicional en todas las etapas de mi formación académica.*

A mis hijas*, Daniela Mileva y Luz Noelia Reyna Ricardo, ellas constituyen el impulso, apoyo y razón en mi desarrollo profesional.*

AGRADECIMIENTO

Al Dr. Milton Milcíades Cortez Gutiérrez*, por el valioso aporte de sus conocimientos y conducirme por la senda de la ciencia en favor de la concretización del presente trabajo de Doctorando.*

A mis jurados,

por sus acertadas y necesarias apreciaciones.

A la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional del Santa*, por darme la oportunidad de grandeza y de inspiración, y a mis maestros y colaboradores que ayudaron a la realización de la presente investigación.*

Índice General

Constancia de Asesor	i
Conformidad Jurados	ii
Recibo digital	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimiento	v
Lista de cuadros y Figuras	viii
Resumen y abstract	ix
Introducción	iii
CAPITULO I	1
1. Problema de investigación	1
1.1 Planteamiento y fundamentación del problema de investigación	1
1.2 Antecedentes de la investigación	3
1.3 Formulación del problema de investigación	4
1.4 Delimitación del estudio	6
1.5 Justificación e importancia de la investigación	8
1.6 Objetivos de la investigación	9
1.6.1 Objetivo general	9
1.6.2 Objetivos específicos	9
CAPITULO II	11
2. Marco teórico	11
2.1 Fundamentos teóricos de la investigación	11
2.1.1 Superficies y curvatura gaussiana	11
2.1.2 La ecuación de la onda y ondas viajeras	13
2.1.3 Dinámica de las membranas	14

2.1.4 Unificación de la ley de Coulomb y la ley de Newton de la gravitación universal 16
2.2 Marco conceptual 31
2.2.2 Electrostática 32
2.2.3 El concepto de fuerza 33
2.2.4 El concepto de unificación 33
2.2.5 Un breve panorama sobre la teoría de cuerdas 34
2.2.6 Membranas fundamentales 36
CAPITULO III 37
3. Marco metodológico 37
3.1 Hipótesis central de la investigación 37
3.2 Variables e indicadores de la investigación 37
3.2.1 Definición conceptual 37
3.2.2 Definición operacional 38
3.2.3 Indicadores 39
3.3 Métodos de la investigación 39
3.4 Esquema de la investigación 40
3.5 Actividades del proceso investigativo 41
CAPITULO IV 42
4. Resultados y discusión 42
CAPITULO V 47
5. Conclusiones 47
Referencias bibliográficas 49
Informe de Originalidad 53

Lista de cuadros

1. Comparación de la fuerza de interacción gravitacional de Newton 30

2. Esquema de la investigación 40

Lista de figuras

1.Representación gráfica de membranas 12

2.Cambio topológico y proceso de aniquilación entre membranas 15

3.Representación gráfica de la función curvatura 16

4.Representación gráfica de cuerdas 35

5.Representación gráfica de hojas de universo 36

6.Representación gráfica de los períodos de la función curvatura 42

RESUMEN

En el presente trabajo de investigación, un nuevo enfoque es presentado con el propósito de mostrar una manera simple de unificar las fórmulas clásicas presentes en la ley de Coulomb de la interacción electrostática (F_C) y la ley de Newton de la gravitación universal (F_G). En este enfoque, estas dos fuerzas resultan ser de la misma naturaleza y se atribuyen a la interacción entre dos membranas que oscilan de acuerdo a funciones curvatura diferentes con periodo espacial $\xi\pi/k$ donde ξ es un parámetro adimensional y k un numero de onda. Ambas funciones curvatura son soluciones de la ecuación de la onda clásica con longitud de onda dada por la relación de de Broglie. Esta nueva fórmula aún se conserva como la ley del cuadrado inverso, y es como F_C cuando el parámetro adimensional $\xi = 274$ y como F_G cuando $\xi = 1.14198 \times 10^{45}$. Se encontró que los valores del parámetro ξ cuantiza la formula de la cual F_C y F_G son obtenidos como casos particulares.

Palabras clave: unificación, fuerza gravitacional, fuerza electrostática, membranas.

ABSTRACT

In this work, a new approach is presented with the aim of showing a simple way of unifying the classical formulas for the forces of the Coulomb's law of electrostatic interaction (F_C) and the Newton's law of universal gravitation (F_G). In this approach, these two forces are of the same nature and are ascribed to the interaction between two membranes that oscillate according to different curvature functions with the same spatial period $\xi\pi/k$ where ξ is a dimensionless parameter and k a wave number. Both curvature functions are solutions of the classical wave equation with wavelength given by the de Broglie relation. This new formula still keeps itself as the inverse square law, and it is like F_C when the dimensionless parameter $\xi = 274$ and like F_G when $\xi = 1.14198 \times 10^{45}$. It was found that the values of the parameter ξ quantize the formula from which F_C and F_G are obtained as particular cases.

Keywoords: Unification, Gravitational force, Elestrotatic force, Membranes

INTRODUCCION

El presente trabajo de investigación, es el resultado de un proceso lento de investigación durante el lapso de aproximadamente 25 años. Han sido cuatro las etapas que marcaron dicho proceso: cuando fue presentado en su etapa primigenia con fines de concurso a una plaza como docente de matemática en la Universidad Nacional de Trujillo, cuando fue presentado como proyecto de investigación en la Universidad Nacional del Santa durante mi permanencia como docente contratado donde se hizo avances significativos, cuando fue presentado como proyecto de investigación para obtener el grado de maestro en la Universidad Nacional de Trujillo y que me permitió tener certeza de las ideas planteadas, y finalmente, cuando se presentó en el año 2017 nuevamente como proyecto de investigación en la Universidad Nacional del Santa, momento en el cual las ideas y desarrollos matemáticos resultaron ser más prometedores. No obstante, la rigurosidad en los cálculos matemáticos de la mano con las ideas físicas aún requería ser revisadas, mejoradas y, marcar un mayor avance en su desarrollo hasta lograr contrastar los resultados obtenidos con los obtenidos de manera estándar. En cada etapa, los títulos de los trabajos de investigación que contenían la idea central del presente trabajo divagaron hasta llegar al actual, que lleva la presente tesis doctoral. En esta etapa doctoral, las ideas en el presente trabajo de investigación, debió pasar por una serie de revistas indexadas a nivel mundial, que de acuerdo a los comentarios y/o observaciones fueron redireccionándose. Finalmente, a finales del año 2020 vio la luz de la esperanza y fue aceptada por la revista Physics Essays perteneciente a la Web of Sciencie, con sede en Toronto, Canadá, previo levantamiento de observaciones fundamentales y con el título: **A simple way of unifying the formulas for the Coulomb's law and Newton's law of the universal gravitation: An approach based on membranes**. En marzo del 2021 se levantó las observaciones, y en febrero, se logró publicar. Para junio del 2021, fue aceptada y publicada en https://arxiv.org/abs/2106.05164, perteneciente a la universidad de Cornell, Nueva York, USA. Universidad que se ubica entre las 10 mejores universidades de investigación en Estados Unidos y en el mundo.

La curiosidad en un principio, y la necesidad de comprender de que esta hecho el universo que vemos y sentimos, así como las leyes bajo los cuales está condicionado a funcionar, ha sido siempre un continuo quehacer del hombre desde los albores de la humanidad. La formulación de las leyes de la naturaleza como una mera descripción haciendo uso del lenguaje cotidiano no ha sido, no es, y nunca será suficiente. Por eso, los hombres de ciencia han tenido que mirar dentro del entorno de los conocimientos ya existentes o que van en desarrollo a la par con el desarrollo de otros conocimientos, con el fin de encontrar el lenguaje preciso que les permita formular leyes y deducir otras. Este lenguaje de hecho, tenía que ser un lenguaje especializado. El lenguaje de la matemática. Someramente, la matemática es un sistema de conclusiones extraídas de definiciones y postulados los cuales deben ser consistentes, y aunque son creadas por el libre albedrío del matemático siempre obedece a una necesidad, incluido la estética. La ciencia evoluciona y, muchas veces se reformula para mejorarla de manera más precisa o establecer relaciones que antes no existían. Un caso particular, es el de la física, cuya herramienta fundamental es la matemática. Galileo en 1623 en su “Saggiatore” ya había escrito: la naturaleza está escrita en el lenguaje de la matemática.

En la vida cotidiana vemos y a veces experimentamos diferentes tipos de fuerzas, como las de fricción, tracción, compresión, etc. Sin embargo, todas estas fuerzas pueden ser explicadas en términos de otras más fundamentales: fuerza electromagnética, fuerza débil, fuerza fuerte y fuerza gravitacional. Dado que desde siempre el hombre ha buscado comprender y explicar la naturaleza en términos de la menor cantidad posible de conceptos y a su vez unificadores, las dos primeras fuerzas electromagnética y débil fueron unificadas en la llamada fuerza electrodébil debido a la teoría de Glashow, Salam y Weinberg (1961 -968). Teoría que usó como herramienta fundamental la teoría de grupos de Lie. El modelo electrodébil se encuentra incluido en la Teoría de Gran Unificación (GUT) que une la fuerza electrodébil con la fuerza fuerte. El problema que hasta la fecha existe, es incluir en un mismo marco a la fuerza gravitacional y el sueño final, en particular de Einstein, ha sido unificar la fuerza electromagnética con la fuerza gravitacional. Muchos trabajos arduos se vienen desarrollando, pero no tienen un éxito como se debería esperar.

La fuerza electromagnética, comprende efectos eléctricos y magnéticos que hasta 1820 estaban considerados como independientes. Fue Oersted quien con sus estudios concluyó que la electricidad y el magnetismo eran manifestaciones de un mismo fenómeno. Posteriormente, Maxwell unificó la fuerza eléctrica y magnética plasmada en sus famosas ecuaciones matemáticas que llevan su nombre. Cuando dos cuerpos cargados están en reposo, la interacción entre ellas se denomina fuerza electrostática y se rige por la ley de Coulomb formulada experimentalmente por Charles – Augustin de Coulomb en 1785 la cual expresa que dicha fuerza es directamente proporcional al producto de la magnitud de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, teniendo la dirección de la línea que las une. Por otro lado, la fuerza gravitacional entre dos masas formulada por Isaac Newton en su libro Philosophiae Naturalis Principia Mathematica publicado en 1687, establece que la fuerza entre dos masas es directamente proporcional al producto de estas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, teniendo también la dirección de la línea que las une.

Son las fórmulas matemáticas que expresan las leyes de Coulomb y Newton el objeto de estudio en el presente trabajo de investigación, dado su gran similitud. El último sueño de Einstein justamente fue unificar el electromagnetismo de Maxwell con la gravedad Newtoniana. Se busca reducir la fuerza presente en la ley de Coulomb y la fuerza presente en la ley de Newton de la gravitación universal, a una sola fuerza expresada a través de una nueva fórmula unificadora. Para ello, fue necesario postular nuevos conceptos que, junto con los existentes, se hizo el desarrollo teórico que permitió lograr obtener tal nueva fórmula unificadora.

En el capítulo I, se plantea y fundamenta el problema de investigación donde se destaca el discurso de Salam ante la UNESCO por la celebración del centenario del nacimiento de Albert Einstein. En ella, Salam es enfático al precisar que, desde los albores de la humanidad, el sueño del hombre ha sido comprender la complejidad de la naturaleza en términos de la menor cantidad de conceptos unificadores como fuera posible. Se sigue con la presentación de la motivación de la necesidad de poner en un mismo marco al electromagnetismo y la gravedad, en particular, la fuerza electrostática y fuerza gravitacional debido a la gran

similitud en su formulación matemática. Se presentan algunos autores encaminados en el esfuerzo de unificar la gravedad y electromagnetismo, siguiendo caminos diferentes, pero que no se aprecia de entre sus resultados algo contundente. Finalmente, se plantea el problema de investigación, con la delimitación correspondiente de éste, y se justifica la importancia de la investigación, precisándose, además, los objetivos, general y específicos.

En el capítulo II, se presenta la fundamentación teórica de la investigación. Se presenta fundamentalmente, el desarrollo teórico sobre la base de nuevos supuestos que permite corroborar la hipótesis como respuesta al problema planteado. Estos supuestos son cuatro, los cuales son propias del autor, basadas en consideraciones de la geometría diferencial y sus resultados, ecuaciones diferenciales parciales, el concepto de periodo de una función y una, íntimamente relacionada a la relación de Broglie para las ondas de materia. Como consecuencia del desarrollo teórico, se arriba a fórmulas alternativas para la fuerza de Coulomb y fuerza gravitacional. La primera se comprueba analíticamente su equivalencia, y en el caso de la última, se contrasta con la formula tradicional, mediante cálculos particulares, teniendo en cuenta la presencia del defecto de masa y cuando no lo está. Los resultados muestran errores despreciables y por lo tanto la fórmula alternativa para la fuerza de gravedad es aceptable. Dado que las dos nuevas fórmulas son casos particulares de una única fórmula, esta única fórmula, resulta ser la que unifica.

En el capítulo III, se describe el marco metodológico de la investigación, fundamentalmente se enuncia la hipótesis como respuesta al problema planteado en el capítulo I. Dado que la presente investigación es una investigación teórica, es decir, que tiene como principal objetivo la obtención de nuevos conocimientos sin tener en cuenta la aplicabilidad de los resultados obtenidos, sigue el método hipotético – deductivo, pues se basa en el planteamiento de hipótesis a partir de hechos observados con la característica fundamental de ser netamente sistemática. Es no experimental, pues las variables presentes no son controladas. Se dan las definiciones conceptuales y operacionales de las características principales presentes en el problema de investigación. En este sentido se sigue lo

señalado por Dirac, que indica que el desarrollo exitoso de la ciencia requiere un equilibrio adecuado entre el método de construir a partir de observaciones y el método de deducir por razonamiento puro de supuestos especulativos. En el diseño o esquema de investigación, se destaca con líneas punteadas la necesidad de una corroboración experimental de la hipótesis lo cual no está dentro del alcance del presente trabajo de investigación. Mas bien, la corroboración es teórica al deducir las fórmulas equivalentes a las dadas en la ley de Coulomb y la ley de Newton de la gravitación universal y, que resultan ser un caso particular de una fórmula más general, la fórmula que las unifica. Por lo expuesto anteriormente, no hay población de estudio, técnicas e instrumentos de la investigación, procedimientos para la recolección de datos y técnicas de procesamiento y análisis de datos.

En el capítulo IV, se exponen los resultados y discusión. Se presenta el principal resultado que es, la formula unificadora en la cual “implícitamente” están las fórmulas equivalentes a las dadas en la ley de Coulomb y la ley de Newton de la interacción gravitacional. Estas fórmulas, se “explicitan” al darle un valor al parámetro adimensional presente en dicha formula unificadora. Este parámetro adimensional, multiplica al periodo fundamental espacial presente en la solución de la ecuación diferencial parcial de la onda que gobierna las oscilaciones de las membranas interactuantes postuladas dentro de la hipótesis como respuesta al problema planteado en el presente trabajo de investigación. También se destaca el hecho de que la constante de estructura fina y su análogo para la gravedad pueden ser obtenidos a partir de una función que solo depende del parámetro adimensional antes indicado, es decir, tienen un mismo origen a diferencia de lo prescrito en la teoría estándar. Finalmente, se muestra que la forma de la formula fundamental para la interacción entre dos cargas elementales o masas elementales se puede derivar de la ecuación del espacio libre de Yukawa, pero que no permite especificar como consecuencia directa los valores para el parámetro adimensional que diferencia a las nuevas fórmulas equivalentes a la presente en la ley de Coulomb y la ley de Newton de la gravitación universal.

En el capítulo V, se presentan las conclusiones. Fundamentalmente, se concluye que es posible unificar la ley de Coulomb y la ley de Newton de la interacción

gravitacional basada en membranas, al arribar a una única fórmula unificadora, de la cual se desprende la formula presente en la ley de Coulomb y la formula presente en la ley de interacción gravitacional de Newton. En este caso, el eslabón de la unificación es un parámetro adimensional de la misma naturaleza presente en ambas fórmulas. Como consecuencia, queda reformulado las cuatro constantes fundamentales tradicionales h, c, G y α a cuatro nuevas constantes h, c, ξ_G, y ξ_C. Sin embargo, en las constantes tradicionales solo α es adimensional, y en las nuevas, dos constantes son adimensionales ξ_G y ξ_C. En este sentido, se ha reducido el número de constantes con dimensiones de tres a solo dos. Todo esto ha permitido unificar las dos fuerzas en estudio, debido a que, por un lado, no más masas ni cargas ni sus correspondientes unidades aparecen en las correspondientes fórmulas para las fuerzas, y, por otro lado, las fuerzas en ambos casos son las mismas excepto de que tienen diferentes valores para ξ. Aún más, la fórmula unificadora esta ahora cuantizada debido a que el valor de ξ es un número entero. Queda como problema abierto la explicación físico matemática de la regla de los signos para las interacciones en la nueva fórmula para la ley de interacción gravitacional.

Quiero expresar mis más sinceros agradecimientos a: Dr. Milton Cortez Gutiérrez, asesor de la presente tesis; Dr. Luis Gómez Armas, coasesor; Dr. Luis T. Quispe y Dr. Fidel Vera Obeso por sus continuas lecturas y opiniones en el presente trabajo de investigación y, que motivaron abrirme camino en estas nuevas ideas plasmadas en la presente tesis.

CAPITULO I

1. PROBLEMA DE INVESTIGACION

1.1 Planteamiento y fundamentación del problema de investigación

En su discurso ante la UNESCO por la celebración del centenario del nacimiento de Albert Einstein, Salam (1981) dijo:

Desde los albores de la humanidad, el sueño del hombre ha sido comprender la complejidad de la naturaleza en términos de la menor cantidad de conceptos unificadores como fuera posible. En este contexto, en la historia de la física, surgen los nombres de tres científicos como los más grandes sintetizadores y unificadores de todos los tiempos: Newton, quien alrededor de 300 años antes a la fecha, identificó y unificó la gravedad terrestre (la fuerza responsable de la caída los cuerpos sobre la superficie terrestre) con la gravedad celestial (la fuerza que mantiene los planetas en órbita alrededor del sol). Maxwell, quien alrededor de 200 años a la fecha, unificó la fuerza eléctrica y magnética y mostró que la luz era una manifestación de dicha unificación. Y finalmente Einstein, quien, en 1905, unificó los conceptos de espacio y tiempo y once años después mostró que la gravedad de Newton era una manifestación de esta unificación audaz en el sentido de que la gravedad newtoniana significaba una curvatura de la variedad espacio – temporal unificada. La pregunta que Einstein se hizo fue: ¿puede ser unificado el electromagnetismo de Maxwell con la gravedad newtoniana de la misma manera en que Maxwell unificó la electricidad con el magnetismo? Y de ser así, ¿es el electromagnetismo de Maxwell igualmente una manifestación de alguna otra propiedad geométrica de la variedad espacio – temporal al igual que la gravedad newtoniana es una manifestación de su curvatura? Este fue el último sueño de Einstein acerca del cual había solicitado hablar el día de hoy. (p. 36).

La noción de una teoría unificada compuesta de todas las fuerzas fundamentales de la naturaleza tiene su base desde la época de Einstein, Kaluza, Hermann Weyl y otros. Varios físicos eminentes han innovado varias metodologías para modelar una interacción unificada que esta delineada por una simetría de calibre única de varios portadores de fuerza (Sidharth y Das, 2016, p.1).

En la naturaleza, cuatro tipos de fuerzas fundamentales son conocidas tal como son descritas por Mohapatra (2003) y Nagashima (2010). Estas fuerzas son: fuerza electromagnética, fuerza débil, fuerza fuerte y fuerza gravitacional. Estas fuerzas se dicen fundamentales, debido a que no pueden ser explicadas en términos de otras fuerzas. No son fuerzas fundamentales: fuerza de fricción, fuerza ejercida por los músculos de un ser vivo, la fuerza originada como resultado de una explosión de TNT, fuerza presente en la presión hidráulica, fuerza debido al aumento de las mareas, y muchas otras más.

Experiencias pasadas han demostrado que partes de la física que antes no estaban relacionadas podrían fusionarse en un solo formalismo conceptual mediante una nueva perspectiva teórica: electricidad y magnetismo, óptica y electromagnetismo, termodinámica y mecánica estadística, fuerzas inerciales y gravitacionales. En la segunda mitad del siglo 20, la fuerza nuclear débil y fuerza electromagnética han sido unificadas como una única fuerza electrodébil; igualmente se ideó un poderoso esquema para incluir también la interacción fuerte (cromodinámica) el cual condujo al modelo estándar de la física de partículas elementales. La unificación con la cuarta interacción fundamental, la gravitación, está en el foco de gran parte de la investigación actual en teoría de la relatividad general clásica, la supergravedad, las supercuerdas, y la supermembrana, pero no han tenido éxito. Este tipo de unificaciones han aumentado el poder explicativo de las teorías físicas de hoy y, deben considerarse como aspectos destacados de la investigación física. (Goenner,2004, p.6)

Así, Searight (2018), afirma:

La motivación de la búsqueda de una teoría unificada de la gravitación y el electromagnetismo es bien conocida: tanto la ley de Newton como la ley de Coulomb obedecen a la regla del inverso del cuadrado de la distancia y tanto la carga como la energía – momento se conservan. Sin embargo, algo es claramente diferente entre los dos fenómenos ya que la carga esta cuantizada y no es transportada por campos, en contraste con la energía – momento. Así que mientras se podría esperar combinar los dos fenómenos en un solo marco, de alguna manera las diferencias deben permanecer y, estas diferencias deben integrarse en ese marco. (p.1).

También, Drafta (2004) refiere:

Debido a la similitud de las leyes para las interacciones de largo alcance como es la gravitación y la electrostática, los físicos han buscado por mucho tiempo una base común para estos. Al introducir la curvatura del espacio – tiempo, la teoría de la relatividad general logra describir interacciones gravitacionales y movimiento resultante de una manera elegante: la materia le dice al espacio como curvarse, y el espacio le dice a la materia como moverse. El intento de introducir el electromagnetismo en el marco de la formulación tensorial de la teoría de la relatividad general no ha tenido éxito, aunque la introducción de dimensiones suplementarias para el espacio tiempo en las teorías del tipo de Kaluza – Klein fue una manera prometedora. Igualmente clama, al menos hasta hoy, el intento de desarrollar una teoría de la gravedad cuántica, siguiendo el modelo de la electrodinámica cuántica. (p.1).

1.2 Antecedentes de la investigación

Desde los tiempos de Einstein, muchos científicos han intentado la unificación de la teoría clásica de la fuerza gravitacional y fuerza electromagnética, tentativas que hasta la fecha continua diferentes investigadores. Corben (1946) afirma que mientras la teoría general de la relatividad ha tenido un gran éxito, ciertos efectos bien conocidos asociados con la interacción gravitacional y aun con la trayectoria de un rayo de luz en un campo gravitacional, no ha permitido obtener una teoría unificada totalmente satisfactoria del fenómeno electromagnético y gravitacional. Según Fradkin y Tseytlin (1985), un problema central de la física moderna de altas energías, es la unificación de la gravedad con las demás interacciones fundamentales, los cuales deberían ser consistentes en el nivel cuántico. Davidson y Owen (1986) unificaron la ley de Newton de la interacción gravitacional y la ley de Coulomb a través de una geometría generalizada de Reissner – Nordstrom, con la carga eléctrica que se asemeja a un “impulso topológicamente congelado”. Brandenburg (1992) afirma que la teoría gravito – electromagnética usa conceptos familiares a la física de plasmas para producir una unificación de la gravedad y electromagnetismo. Assis (1995) aplicando la ley de Weber generalizada del electromagnetismo con los términos de cuarto orden y mayores en $\frac{1}{c}$ a la fuerza entre dos dipolos neutros, obtiene un equivalente a la ley de Newton de la

gravitación universal como un efecto electromagnético de cuarto orden, esto es, mostró la posibilidad de derivar la gravedad del electromagnetismo. Ghose (2015,2018) ha mostrado que la unificación de la gravedad y el electromagnetismo puede ser llevado a cabo usando una conexión afín no simétrica. Esta unificación está basada en una invarianza proyectiva, la cual es rota por los campos de materia abriendo la posibilidad de una teoría unificada de todas las fuerzas en el cual la gravedad emerge como un campo clásico. Haug (2016) ha mostrado que la formula correspondiente a la interacción gravitacional de Newton y la formula correspondiente a la interacción electrostática de Coulomb son exactamente la misma fórmula en la escala de Planck, y que naturalmente estas dos fórmulas calculan la misma fuerza solo cuando se considera dos masas de Planck. Para otras masas que no son de Planck, no es cierto. Hendi y Sheykhi (2012) afirman que, si las interacciones electromagnética y gravitacional se obtuvieran de un principio holográfico, podrían ser consideradas como una forma de unificación de las fuerzas electromagnética y gravitacional. Dedujeron que, a distancias muy pequeñas, estas dos fuerzas fundamentales tienen el mismo comportamiento.

Wang (2018), ha formulado una teoría de unificación de la fuerza gravitacional y la fuerza electromagnética basado en la generalización de la ley de Newton de la interacción gravitacional al incluir un término dinámico deducido de la fuerza de Lorentz de la interacción electromagnética. La inclusión de este término dinámico solo en la fuerza gravitacional es suficiente para desarrollar la teoría dinámica completa de la gravitación paralela a la del electromagnetismo.

1.3 Formulación del problema de investigación

La ley de Newton de la gravitación universal formulada por Isaac Newton en forma experimental se expresa mediante:

$$F_G = G\frac{mM}{r^2} \tag{1}$$

Donde $G = 6.67259(85) \times 10^{-11} Nm^2/kg^2$ en el sistema SI (Sistema Internacional) es una constante universal que recibe el nombre de constante gravitacional universal, la cual se ha medido experimentalmente.

La ley de Coulomb formulada por Charles – Augustin de Coulomb, también en forma experimental, se expresa mediante:

$$F_C = K_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (2)$$

Donde $K_e = 8.9874 \times 10^9 Nm^2/C^2$ en el sistema SI.

Las características fundamentales entre las fuerzas que expresan dichas leyes yacen en que:

1. La fórmula (1) define fuerzas entre masas, y la formula (2) fuerzas entre cuerpos cargados.

2. El valor numérico de la constante de proporcionalidad de la fórmula (1) es extremadamente pequeña con respecto al valor numérico de la constante de proporcionalidad de la fórmula (2).

3. Como consecuencia de lo indicado en el punto 1, las unidades de las constantes de proporcionalidad G y K_e son diferentes.

4. Las fórmulas dadas en (1) y (2) son diferentes en el sentido de que la primera es directamente proporcional al producto de sus masas y la segunda al producto de sus cargas.

5. Las fórmulas dadas en (1) y (2) son similares en el sentido de que ambas son inversamente proporcionales al inverso del cuadrado de la distancia.

La ley de Newton de la gravitación calcula con una muy buena aproximación las fuerzas gravitacionales, salvo los efectos considerados en la teoría general de la relatividad (Einstein, 1916). Sin embargo, los procesos físicos, caso particular las energías potenciales, de los campos electrostáticos y gravitacionales son aún tema de debate (Klaus y Bhola, 2018). Los campos gravitacionales y electrostáticos son campos potenciales canónicos y, en consecuencia, tienen una serie de soluciones idénticas probadas dentro de la rigurosidad matemática (Arfen y Hans, 2005). Pero debido a la enorme diferencia de fuerzas, o más bien, a las razones de las fuerzas gravitacionales y eléctricas utilizadas por las teorías físicas, las soluciones son diferentes (Ordin, 2015).

Aunque es poco probable que las fuerzas de interacción entre dos partículas o cuerpos a cualquier distancia r, y cualquier escala, en el micro y macro universo, pueda ser perfectamente descrita por algunas leyes matemáticas simples (I. Has, Miclaus y A. Has, 2015), la ley de Newton de la gravitación universal y la ley de

Coulomb vistas en su forma dadas por las ecuaciones (1) y (2), son conocidas y aceptadas por la comunidad científica por siglos (Wu, 2016). De acuerdo a esta última afirmación, y dada la sorprendente semejanza entre tales ecuaciones (1) y (2) se plantea el siguiente problema:

¿Es posible deducir una única fórmula en la cual la ley de Newton de la gravitación universal y la ley de Coulomb resulten unificadas basados en el concepto matemático de membrana, y de ser así, cuál sería la naturaleza física que expresan estas leyes y sus consecuencias?

1.4 Delimitación del estudio

El concepto de fuerza está íntimamente relacionado a la acción de empujar o jalar un objeto produciendo un cierto cambio en el estado de movimiento de éste. Sin embargo, las fuerzas no siempre causan el movimiento de un objeto. Por ejemplo, la fuerza de gravedad actúa sobre un objeto situado sobre una mesa, y no obstante dicho objeto permanece estacionario. Existe una variedad de fuerzas, de las cuales algunas no implican contacto físico entre el objeto que causa la acción de empujar o jalar y el que la sufre. Estas fuerzas actúan a través del espacio vacío y son conocidas como fuerzas de campo. Ejemplos de estas fuerzas son, la fuerza de atracción gravitacional, la fuerza eléctrica entre otras. Los primeros científicos, incluido Newton, se interesaron por el concepto de fuerza que actuaba entre dos objetos no en contacto. Con el fin de superar este problema conceptual, fue Michael Faraday (1791 – 1867) quien introdujo el concepto de campo. La distinción entre fuerzas de contacto y fuerzas de campo no es tan radical como parece. Sin embargo, en el mundo microscópico, todas las fuerzas de contacto son consecuencia de las fuerzas de campo (Serway, 1982). Las fuerzas fundamentales son fuerzas de campo.

Una ley de una fuerza dice lo que es ésta. La mecánica nos dice como usar la fuerza para determinar el movimiento. El propósito de la dinámica de partículas elementales, es entonces, determinar un conjunto de leyes de fuerzas las cuales, dentro del contexto de la teoría del campo cuántico describe correctamente el comportamiento de las partículas. Sin embargo, algunas características generales de este comportamiento no tienen nada que ver con lo forma detallada de las interacciones. Mas bien, éstas siguen directamente de la relatividad, de la mecánica

cuántica, o de la combinación de ambas. Por ejemplo, en relatividad, la energía y el momento siempre se conservan, pero la masa en reposo no (Griffiths, 1987, p. 2)

Como ya se ha mencionado, en la naturaleza están presentes fuerzas de diferente naturaleza. Sin embargo, se conocen hasta ahora solo cuatros fuerzas fundamentales: fuerza electromagnética, fuerza débil, fuerza fuerte y fuerza gravitacional. Estas fuerzas no se pueden explicar en términos de otras fuerzas. Mas bien, todas las otras fuerzas se explican en términos de estas fundamentales. La fuerza electromagnética, aunque desempeña un rol fundamental en el nivel microscópico, puede actuar a distancias macroscópicas. El fenómeno electromagnético se puede observar en la vida diaria, como es en el caso de: los motores accionados eléctricamente, la reacción de un pequeño imán al campo magnético de la tierra, la unión de núcleos y electrones para formar átomos, los que a su vez forman moléculas y las moléculas forman la materia que se observa. Es decir, es la fuerza decisiva en el micro mundo en lo que respecta a las propiedades de la materia. La fuerza débil, es una fuerza de corto alcance (a una escala menor a $10^{-15}m$ o del orden de $10^{-18}m$) y es responsable del decaimiento de los hadrones, principalmente en el decaimiento nuclear de las partículas β. Controla la velocidad de combustión del sol y juega un papel decisivo en la explosión de supernovas del tipo II. La fuerza fuerte (actúa a una escala menor a $10^{-15}m$), como su nombre lo sugiere, es la más fuerte de todas, es una fuerza de corto alcance como es el caso de la fuerza débil. Esta fuerza actúa entre los quarks para unirlos y formar los hadrones. Históricamente, la fuerza fuerte fue descubierta como la fuerza nuclear que unía protones y neutrones para forma el núcleo atómico. Pero cuando se encontró que protones y neutrones estaban compuestos de quarks, la fuerza nuclear se reconoce como una clase de fuerza molecular que puede ser derivada de una fuerza de color más fundamental. En 1935, Yukawa predijo la existencia del mesón π como el mensajero de la fuerza nuclear y que constituyó una idea revolucionaria. Aunque más tarde se aclaró que el pion tenía estructura y no podía ser un mensajero de la fuerza nuclear, la idea básica aún sobrevive. La fuerza nuclear disminuye exponencialmente con la distancia de acuerdo a $\frac{e^{-r/r_0}}{r^2}$, $r_0 \sim 10^{-15}m$ y su alcance es talque $r \lesssim r_0$. La fuerza gravitacional es extremadamente débil a niveles de las partículas elementales. Su intensidad resulta

ser comparable a las otras fuerzas solamente a una escala extremadamente pequeña (escala de Planck, $10^{-35}m$) o equivalentemente a altas energías (energía de Planck, $10^{19}GeV$) no realizable en la tierra. A pesar de su debilidad intrínseca, la gravedad controla el mundo macroscópico. De hecho, cientos de galaxias a millones de años luz de distancia son atraídas por la fuerza gravitacional. Es una fuerza de largo alcance al igual que la fuerza electromagnética. La fuerza débil y la fuerza electromagnética quedó unificada en la llamada fuerza electrodébil, debido a Sheldon Lee Glashow, Abdus Salam y Steven Weinberg (1961-1968) (Nagashima, 2010). El presente trabajo de investigación se limita al estudio de las interacciones entre los cuerpos bajo la fuerza descrita por la ley de Coulomb (fuerza electrostática) y la fuerza descrita por la ley de interacción gravitacional de Newton (fuerza gravitacional) buscando unificarlas bajo algún contexto. Esto es, mostrar que ambas fuerzas son dos aspectos aparentemente diferentes de una sola fuerza.

1.5 Justificación e importancia de la investigación

Como en el caso de la física de las partículas elementales, donde una partícula fundamental es aquella que no está compuesta de otras más básicas, una fuerza fundamental no puede ser explicada como resultado de la acción de un tipo más básico de fuerza. Los experimentos indican que las fuerzas fundamentales actúan de maneras muy diferentes unas de otras a las energías que actualmente se puede alcanzar. Sin embargo, existe cierta evidencia teórica de que, en la historia temprana del universo, las reacciones de las partículas tuvieron lugar a energías tan altas, que las fuerzas fundamentales comenzaron a actuar de manera muy similar. Los físicos consideran esto como una indicación de que hay una fuerza, más fundamental que las cuatro mencionadas anteriormente, que eventualmente se vería como una única fuerza de la naturaleza. La fuerza electromagnética es el nombre usado para referirse a las fuerzas combinadas de la electrostática y el magnetismo y que fue desarrollada por Maxwell en 1864. Conocer los distintos tipos de fuerzas y, en particular las fundamentales como las dadas en la Ley de Coulomb (fuerza electrostática) y en la Ley de interacción gravitacional (fuerza gravitacional), así como su naturaleza, resulta ser de gran importancia, pues estas son las responsables de la manera en la que está estructurada toda la materia presente en el universo en sus diferentes escalas tanto de tamaño como en su evolución desde los primeros instantes del universo temprano, para lo cual su “modelo estándar” es

conocido como Big Bang. Por ejemplo, la fuerza de fricción tiene lugar cuando un objeto intenta deslizarse sobre la superficie de otro y esto se debe a las fuerzas electromagnéticas entre los átomos de un objeto y los de otro. De manera similar, las fuerzas de tensión que surgen en los cables estirados se deben a las atracciones electromagnéticas entre los átomos en la estructura del cable (Allday, 2002).

Conocida la naturaleza de las fuerzas fundamentales y su reducción a un menor número de éstas siguiendo la línea de "unificación", su aplicación en otros campos del saber tales como la ingeniería pueden resultar insospechables. Por ejemplo, con el conocimiento de la fuerza fuerte, y si se puede confinar suficiente materia dentro del alcance de esta fuerza y logramos que se produzca una reacción, es posible producir una enorme cantidad de energía. La energía nuclear y la fusión nuclear son ejemplos de tales aplicaciones (Nagashima, 2010,p.5).

1.6 Objetivos de la investigación

1.6.1 Objetivo general

El objetivo general en el presente trabajo de investigación, es establecer una posible unificación de la ley de Coulomb y la ley de Newton de la gravitación universal basado en el concepto matemático de membrana, y como consecuencia, establecer la naturaleza física que expresan estas leyes.

1.6.2 Objetivos específicos

1. Proponer mínimamente dos membranas espacialmente bidimensionales talque, una de cuyas características comunes a ambas membranas se comporte como el inverso del cuadrado de la distancia o conlleve al inverso del cuadrado de la distancia.

2. Expresar la característica propuesta en 1) para cada membrana, mediante una ecuación de carácter oscilatorio en el espacio y en el tiempo.

3. Interactuar ambas membranas mediante la interrelación de sus ecuaciones y deducir una fórmula como el inverso del cuadrado.

4. Haciendo uso de los datos existentes, determinar el valor de o (de los) parámetros que den como resultado fórmulas equivalentes a las prescritas en la ley

de interacción gravitacional de Newton y la ley de Coulomb y, que las ligue como una sola fuerza (unificación).

5. Determinar la naturaleza y consecuencias físicas como resultado de obtener las nuevas fórmulas equivalentes a las prescritas en la ley de interacción gravitacional de Newton y la ley de Coulomb.

CAPITULO II

MARCO TEORICO

2.1 Fundamentos teóricos de la investigación

Se presenta y desarrolla fundamentalmente las herramientas matemáticas que permitirán mostrar una manera simple de unificar la fuerza de interacción electrostática de Coulomb (F_C) y la fuerza de interacción gravitacional de Newton (F_G), usando un enfoque basado en membranas, los cuales son superficies espacialmente bidimensionales caracterizadas por sus curvaturas. Esto será posible, describiendo ambas fuerzas en una sola fórmula, la cual depende de un parámetro adimensional ξ y no de las constantes clásicas K_e presente en F_C y G presente en F_G. El enfoque basado en membranas, surge como una idea inspirada en la teoría de cuerdas y que consiste en reemplazar cuerdas por ciertas membranas que no pertenecen a ninguna teoría de membranas conocida hasta ahora, pero que se comportan bajo un cierto mecanismo que se describe más adelante. Con este fin, una definición básica de superficies, curvatura gaussiana de una esfera y toro, así como la ecuación de la onda se presentan primero. Finalmente, se realiza el desarrollo matemático con el fin de lograr una simple unificación de las fuerzas F_C y F_G.

2.1.1 Superficies y curvatura gaussiana.

La noción de superficie (membrana), se sustenta en la geometría diferencial. La idea de superficie en el espacio tridimensional, yace en la consideración de tomar pedazos de un plano, deformarlos y disponerlos de tal manera que la figura resultante carece de puntas agudas, filos y auto intersecciones de manera que tenga sentido hablar de un plano tangente en puntos cualquiera de la superficie. Esta superficie es lo suficientemente suave, de manera que las nociones usuales del cálculo pueden ser extendidas a esta. Por otro lado, la curvatura gaussiana de una superficie, expresa el hecho de qué tan rápido una superficie se aleja de su plano tangente.

Se considera fundamentalmente la superficie de una esfera, la superficie de un toro y el concepto de curvatura, debido a que la curvatura de la esfera es como la ley del inverso al cuadrado y, la curvatura del toro conduce también a la ley del inverso al cuadrado.

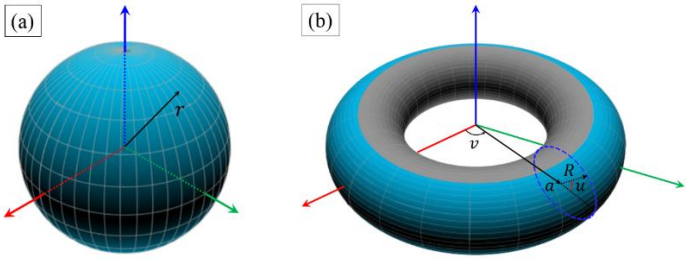


Figura 1. Representación gráfica de las superficies (membranas) consideradas en el presente trabajo. (a) Superficie esférica de radio r, en el cual la curvatura gaussiana es siempre positivo y, (b) Superficie del toro, en el cual la curvatura gaussiana puede ser negativa (región ploma), positiva (región azúl) y cero (frontera de la región ploma y azúl).

Si se quiere obtener algún tipo de interacción, se necesita al menos dos entidades.

La curvatura gaussiana K_E de una esfera de radio r, mostrada en la figura 1(a), está dada por

$$K_E = \frac{1}{r^2} \tag{1}$$

De manera que ésta es siempre positiva y constante para un valor dado de r. Por otro lado, la curvatura gaussiana del toro K_T mostrado en la figura 1(b) está dada por

$$K_T = \frac{cosu}{R(a + Rcosu)} \tag{2}$$

De esta última expresión, se sigue que $K_T = 0$ a lo largo de las paralelas $u = \frac{\pi}{2}$ y $u = \frac{3\pi}{2}$, $K_T < 0$ en la región del toro dado por $\frac{\pi}{2} < u < \frac{3\pi}{2}$ y $K_T > 0$ en la región dado por $0 < u < \frac{\pi}{2}$ o $\frac{3\pi}{2} < u < 2\pi$, (notar que $a > R > 0$).

En el desarrollo de la teoría que permitirá unificar la ley de Newton y la ley de Coulomb, estas dos superficies se llamarán membranas, las cuales son fijadas en cada punto a lo largo de una línea espacial y cuyas curvaturas respectivas como una función del tiempo están oscilando. En lugar de una cuerda cerrada y de una cuerda abierta, se tiene una membrana cerrada (esfera) y una membrana abierta (parte de la superficie del toro allí donde su curvatura gaussiana es negativa)

respectivamente. Estas membranas pueden vibrar e interactuar entre ellas como se describirá más adelante. Luego, el primer supuesto del desarrollo teórico es:

PRIMER SUPUESTO: existen dos clases de entidades fundamentales que interactúan entre sí. La primera, es una esfera y la segunda, la superficie de un toro allí donde su curvatura gausiana es negativa. Estas entidades son llamadas membranas.

2.1.2 La ecuación de la onda y ondas viajeras.

La razón para el éxito parcial de la teoría de cuerdas es que utiliza la teoría ondulatoria y frecuencias en resonancia. Debido a que la idea de membranas se inspira en la teoría de cuerdas, la ecuación clásica de la onda es considerada. Son de interés aquellas ondas que se mueven libremente a través de un medio, transportando energía a otros lugares en el espacio y que son soluciones de la ecuación clásica de la onda. El interés en esta clase de ondas, es debido a que estas son similares a aquellas ondas que describen la parte eléctrica o magnética de las ondas electromagnéticas. Además, de acuerdo a la teoría cuántica de campos, las fuerzas de interacción son debido al intercambio de partículas virtuales. En el caso de la interacción electromagnética, esta interacción es debido al intercambio de fotones. Sin embargo, debido a la dualidad onda – partícula, y con el ánimo de unificar la ley de Coulomb y la ley de Newton de la interacción gravitacional, se considera en el desarrollo de la teoría, en lugar de fotones, ondas. Las curvaturas de las membranas dadas en las ecuaciones (1) y (2) están dadas desde el punto de vista de la geometría diferencial y son estáticas. Con la finalidad de que estas curvaturas adquieran un comportamiento dinámico, se supone adicionalmente que estas se encuentran oscilando de acuerdo a la solución de la ecuación de la onda clásica,

$$\frac{\partial^2 K}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 K}{\partial x^2} \tag{3a}$$

Solución que se considera de la forma,

$$K = K_0 sin^2(kx - \omega t) \tag{3b}$$

Donde K es la función curvatura gaussiana, K_0 es la amplitud de K, k es la frecuencia espacial angular de la onda, ω es la frecuencia temporal angular, y x y t son las coordenadas espacial y temporal respectivamente. K es considerada de esa forma debido a que las curvaturas de las membranas aquí consideradas, son siempre positiva en una membrana y negativa en la otra, de manera que el signo de ellas se atribuye a la amplitud K_0, y para que estas oscilen se considera la función $sen^2(kx - \omega t)$, la cual es siempre positivo. Así, la forma de la ecuación (3b) describe las oscilaciones de las curvaturas K de las membranas como se requiere para el desarrollo del presente trabajo de investigación.

2.1.3 Dinámica de las membranas

Se supone que las funciones curvaturas de las membranas consideradas satisfacen la ecuación clásica de la onda y oscilan con la longitud de onda dado por la relación de de Broglie. Estas membranas mientras evolucionan en el tiempo originan un conjunto de membranas concéntricas. Teniendo en cuenta las membranas de la figura 1, con $r = R$, un conjunto de esferas es dispuestas alrededor de la superficie del toro allí donde su curvatura es negativa, y como se muestra en la figura2(a). Luego, se enuncia el segundo supuesto del desarrollo teórico previo a las definiciones que le siguen:

SEGUNDO SUPUESTO: las curvaturas de la esfera y del toro oscilan según la ecuación clásica de la onda dada por (3a) y con solución dada por la ecuación (3b).

Definición 1: Se dice que un cambio topológico entre un conjunto de puntos que forman diferentes superficies ocurre, cuando debido a la unión de estos conjuntos de puntos, se obtiene un nuevo conjunto de puntos que determina una nueva superficie con una curvatura bien definida.

De la figura 2(b), el cambio topológico más simple que se puede obtener es aquel que da como resultado la superficie de un toro. Cuando la esfera oscila según el cambio de su radio con el tiempo, ocasiona que la superficie espacialmente bidimensional barra un volumen tridimensional, espacialmente bidimensional y temporalmente unidimensional. Pero debido a la ecuación (1), el cambio en el radio con el tiempo es lo mismo al cambio de la curvatura gaussiana K con el tiempo.

Ahora, supóngase que un cambio topológico a ocurrido. Mas aún, supóngase que el toro, como resultado del cambio topológico, se deforma a una esfera continuamente mientras $a \to 0$. Luego, se tiene la siguiente definición,

definición 2: Un proceso de aniquilación de un toro a una esfera es aquel para el cual $\frac{a}{R} \to 0$ cuando un cambio topológico ha ocurrido, como se muestra en la figura 2(c).

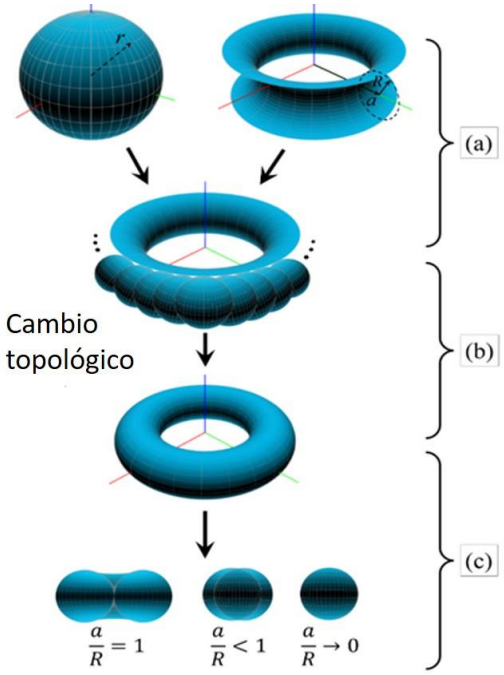


Figura 2. *(a) Unión de un conjunto de esferas alrededor del toro donde su curvatura es negativa. (b) Cambio topológico a un toro menos la línea de curvatura cero (circunferencia). (c) proceso de aniquilación del toro a una esfera. Al cortar el toro con un plano vertical, se obtiene un par de circunferencias tal que: la figura del lado izquierdo ocurre cuando* $\frac{a}{R} = 1$ *; en medio se intersecarán cuando* $\frac{a}{R} < 1$ *y, al final de la derecha, eventualmente se superpondrán cuando* $\frac{a}{R} \to 0$.

La figura (3) muestra el comportamiento de las membranas después que el proceso de aniquilación a ocurrido. Esto es, la figura 3(a) muestra la representación gráfica de la función curvatura $K = K_0(0)sin^2(k(x,0)x)$ cuando $t = 0$. Es decir, la curvatura de cada esfera fijada en cado punto de la línea espacial x. Similarmente, la figura 3(b) muestra la representación gráfica de la función curvatura $K = K_0(0)sin^2(k(x,t)x - \omega(x,t)t)$ cuando $t \neq 0$. Esto es, las curvaturas de cada una del conjunto de las esferas concéntricas que aparecen cuando t varía, pero que están

fijadas en cada punto de la línea espacial x. Tanto la curvatura, frecuencia y el número de onda de cada una de las esferas concéntricas [figura 3(b)] en cada punto x cambia con el tiempo.

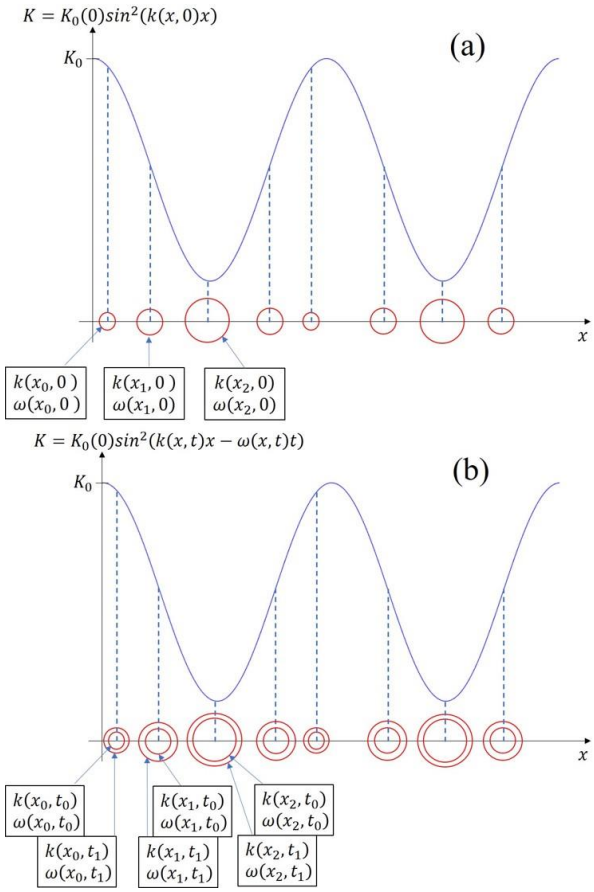


Figura 3. *Representación gráfica de la función curvatura: (a)* $K = K_0(0)sin^2(k(x,0)x)$ *cuando* $t = 0$*, y (b)* $K = K_0(0)sin^2(k(x,t)x - \omega(x,t)t)$ *cuando* $t \neq 0$*. La forma de la curva sinusoidal es solo ilustrativa debido a que* k *y* ω *depende de* x *y* t *y es imposible saber la forma de la curva real.*

2.1.4 Unificación de la ley de Coulomb y la ley de Newton de la gravitación universal.

Considérese la curvatura gaussiana de la esfera dada por la ecuación (1) y que a su vez satisface la ecuación (3a) con solución dado por la ecuación (3b). Luego la curvatura gaussiana de la esfera puede ser escrita como,

$$K_E = K_E^0(a)\, sin^2(k_E x - \omega_E t) \qquad (4)$$

De las ecuaciones (1) y (4), la amplitud $K_E^0(a)$ está dada por

$$K_E^0(a) = \frac{1}{r^2 sin^2(k_E x - \omega_E t)} \tag{5}$$

Donde k_e y ω_e son el número de onda y la frecuencia respectivamente, de la función curvatura gaussiana de la esfera. De manera similar, como fue para la esfera, lo es para el toro con curvatura gaussiana negativa K_T. Luego,

$$K_T = K_T^0(a)\, sin^2(k_T x - \omega_T t) \tag{6}$$

Donde k_T y ω_T son el número de onda y la frecuencia respectivamente, de la función curvatura gaussiana del toro.

De las ecuaciones (2) y (6), se obtiene la amplitud del toro como,

$$K_T^0(a) = \frac{cosu}{r(a + rcosu) sin^2(k_T x - \omega_T t)} \tag{7}$$

Y de las ecuaciones (5) y (7), se tiene que

$$\frac{K_E^0(a)}{K_T^0(a)} = \frac{r(a + rcosu) sin^2(k_T x - \omega_T t)}{cosu\, r^2 sin^2(k_E x - \omega_E t)} \tag{8}$$

Sin un cambio topológico y un proceso de aniquilación acontece, se debe tener que $a \to 0$.

Esto significa que,

$$\lim_{a \to 0} \frac{K_E^0(a)}{K_T^0(a)} = 1 \tag{9}$$

Del lado derecho de la ecuación (8) se tiene que,

$$\lim_{a \to 0} \frac{r(a + rcosu) sin^2(k_T x - \omega_T t)}{cosu\, r^2 sin^2(k_E x - \omega_E t)} = \frac{sin^2(k_T x - \omega_T t)}{sin^2(k_E x - \omega_E t)} \tag{10}$$

Tomando limite a ambos lados de la ecuación (8) cuando $a \to 0$, y tomando en cuenta las ecuaciones (9) y (10), se tiene,

$$\frac{sin^2(k_T x - \omega_T t)}{sin^2(k_E x - \omega_E t)} = 1 \tag{11}$$

Desde que la ecuación (11) significa que un proceso de aniquilación tuvo lugar, entonces se debe tener,

$$k_E = k_T \, , \omega_E = \omega_T \tag{12a}$$

Esto significa que existe una atracción entre las dos membranas diferentes. Pero esta es solo una descripción cualitativa, y más bien, se necesita una fórmula operacional como la ley del inverso al cuadrado, con la finalidad de mostrar a las fórmulas correspondientes a la ley de Coulomb y la ley de Newton de la interacción gravitacional, como una sola. Esto solo es posible, si en la ecuación (11) se demanda que k_E, k_T, ω_E y ω_T dependan de x y t en lugar de ser constantes. Luego, si la ecuación 3(b) satisface la ecuación 3(a), las siguientes relaciones deben ser satisfechas:

$$\left(\frac{\partial k}{\partial t}x - t\frac{\partial \omega}{\partial t} - \omega\right)^2 - v^2\left(k + x\frac{\partial k}{\partial x} - t\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)^2 = 0$$

$$x\left(\frac{\partial^2 k}{\partial t^2} - v^2\frac{\partial^2 k}{\partial x^2}\right) + t\left(v^2\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}\right) - 2\left(v^2\frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t}\right) = 0$$

para todo (x, t).

Las ecuaciones 12(a) establecen que la ecuación (11) es válido para todo (x, t).

Con la finalidad de determiner la manera en que $(k_E - k_T) \to 0$ a lo largo del eje x para que se cumpla la ecuación del lado izquierdo de 12(a) cuando $\omega_E = \omega_T = \omega$, la ecuación (11) implica que

$$sin(k_T x - \omega t) = sin(k_E x - \omega t + \sigma_1) \tag{12b}$$

Con $\sigma_1 \neq 0$. La ecuación 12(b) implica que,

$$k_T x - \omega t = k_E x - \omega t + \sigma_1 \tag{12c}$$

De donde,

$$k_E(x,t) - k_T(x,t) = \frac{\sigma_1}{x} \tag{12d}$$

Esta última relación también puede ser obtenida derivando la ecuación (11) con respecto a x y se tiene,

$$\begin{aligned} cos(k_E x - \omega_E t) sin(k_T x - \omega_T t) \left(x\frac{\partial k_E}{\partial x} + k_E - t\frac{\partial \omega_E}{\partial x} \right) \\ - sin(k_E x - \omega_E t)\ cos(k_T x - \omega_T t) \left(x\frac{\partial k_T}{\partial x} + k_T - t\frac{\partial \omega_T}{\partial x} \right) \\ = 0 \end{aligned} \tag{13}$$

De donde

$$\frac{sin(k_T x - \omega_T t)}{sin(k_E x - \omega_E t)} = \frac{\left(x\frac{\partial k_T}{\partial x} + k_T - t\frac{\partial \omega_T}{\partial x} \right) cos(k_T x - \omega_T t)}{\left(x\frac{\partial k_E}{\partial x} + k_E - t\frac{\partial \omega_E}{\partial x} \right) cos(k_E x - \omega_E t)} \tag{14}$$

De la ecuación (11) se tiene,

$$\frac{sin(k_T x - \omega_T t)}{sin(k_E x - \omega_E t)} = \pm 1 \tag{15}$$

Tomando la ecuación (15) con signo $+$ y reemplazando en (14), se tiene

$$1 = \frac{\left(x\frac{\partial k_T}{\partial x} + k_T - t\frac{\partial \omega_T}{\partial x} \right) cos(k_T x - \omega_T t)}{\left(x\frac{\partial k_E}{\partial x} + k_E - t\frac{\partial \omega_E}{\partial x} \right) cos(k_E x - \omega_E t)} \tag{16}$$

Simplificando (16) se tiene

$$1 = \frac{\left(x\frac{\partial k_T}{\partial x} + k_T - t\frac{\partial \omega_T}{\partial x} \right)}{\left(x\frac{\partial k_E}{\partial x} + k_E - t\frac{\partial \omega_E}{\partial x} \right)} \tag{17a}$$

Con

$$\frac{cos(k_T x - \omega t)}{cos(k_E x - \omega t)} = 1 \tag{17b}$$

Pero 17(b) implica que

$$cos(k_T x - \omega t) = cos(k_E x - \omega t + \sigma_2) \tag{17c}$$

Y de la ecuación 17(c) se tiene nuevamente que

$$k_T x - \omega t = k_E x - \omega t + \sigma_2 \tag{17d}$$

De donde

$$k_E(x,t) - k_T(x,t) = \frac{\sigma_2}{x} \tag{17e}$$

Ahora de la ecuación 17(a)

$$x\left(\frac{\partial k_E}{\partial x} - \frac{\partial k_T}{\partial x}\right) - t\left(\frac{\partial \omega_E}{\partial x} - \frac{\partial \omega_T}{\partial x}\right) = k_T - k_E \tag{18}$$

De manera similiar, derivando la ecuación (11) con respecto a t, se tiene

$$x\left(\frac{\partial k_E}{\partial t} - \frac{\partial k_T}{\partial t}\right) - t\left(\frac{\partial \omega_E}{\partial t} - \frac{\partial \omega_T}{\partial t}\right) = \omega_E - \omega_T \tag{19}$$

Igualmente se puede obtener la ecuación 12(d) o lo que es lo mismo la ecuación 17(e) resolviendo las ecuaciones (18) y (19) con $\omega_E = \omega_T$. En efecto, de la ecuación (18), se tiene,

$$x\left(\frac{\partial k_E}{\partial x} - \frac{\partial k_T}{\partial x}\right) = k_T - k_E \tag{20}$$

Y de la Ec. (19)

$$\frac{\partial k_E}{\partial t} - \frac{\partial k_T}{\partial t} = 0 \tag{21}$$

Integrando la Ec. (21) se tiene que

$$k_E - k_T = f(x) \tag{22}$$

Derivando la Ec. (22) con respecto a x, se obtiene

$$\left(\frac{\partial k_E}{\partial x} - \frac{\partial k_T}{\partial x}\right) = f'(x) \tag{23}$$

Reemplazando las Ecs. (23) y (22) en la Ec. (20)

$$xf'(x) + f(x) = 0 \tag{24}$$

Resolviendo esta última ecuación diferencial ordinaria

$$f(x) = \frac{\sigma}{x} \tag{25}$$

Luego, de las Ecs. (22) y (25) se tiene

$$k_E(x,t) - k_T(x,t) = \frac{\sigma}{x} \tag{26}$$

Que resulta ser las mismas Ecs. (12d) o (17e) con $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$.

Desde que en la Ec. (3b), $k = \frac{\pi}{\lambda}$ viene a ser el número de onda con periodo espacial fundamental igual a $\frac{\pi}{k}$, $\frac{\xi\pi}{k}$ es igualmente periodo espacial. Luego, $k = \frac{\xi\pi}{\lambda}$ es también número de onda para la misma Ec. (3b), y ξ es un parámetro adimensional entero que debe ser determinado. Luego, el tercer supuesto del desarrollo teórico es:

TERCER SUPUESTO: el periodo espacial λ con el que oscilan las curvaturas de la esfera y del toro esta dado por $\lambda = \frac{\xi\pi}{k}$ donde ξ es un parámetro adimensional y k un número de onda.

Por lo tanto, de las Ecs. (4) y (6), se tiene

$$k_E = \frac{\xi_E \pi}{\lambda_E} \quad \text{y} \quad k_T = \frac{\xi_T \pi}{\lambda_T} \tag{27}$$

De donde

$$k_{\boldsymbol{E}} - k_T = \frac{\xi_E \pi}{\lambda_E} - \frac{\xi_T \pi}{\lambda_T} \tag{28}$$

CUARTO SUPUESTO: La longitud de onda con el cual las curvaturas de la esfera y el toro oscilan está dado por la relación de de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$**.**

Usando la relación de de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$ en la Ec. (28), se tiene que

$$k_{\boldsymbol{E}} - k_T = \frac{\xi_E \pi}{\frac{h}{p_E}} - \frac{\xi_T \pi}{\frac{h}{p_T}} \tag{29}$$

Que teniendo en cuenta la Ec. (26) se tiene que

$$k_{\boldsymbol{E}} - k_T = \frac{\pi}{h}(\xi_E p_E - \xi_T p_T) = \frac{\sigma}{x} \tag{30}$$

Si hacemos $\xi_E = \xi_T = \xi$ con la finalidad de obtener la expresión deseada para el potencial de tal manera que aplicando el gradiente se obtiene una fuerza conservativa, se obtiene

$$\frac{\xi\pi}{h}(p_E - p_T) = \frac{\sigma}{x} \tag{31}$$

De la Ec. (31), se tiene finalmente

$$p_E - p_T = \frac{h\sigma}{\xi\pi x} \tag{32a}$$

Multiplicando la Ec. (32a) por la velocidad de la luz c

$$p_E c - p_T c = \frac{hc\sigma}{\xi\pi x} \tag{32b}$$

Entonces,

$$V = E_E - E_T = \frac{hc\sigma}{\xi\pi x} \tag{33}$$

Donde $E_e = p_E c$ y $E_T = p_T c$ son las correspondientes energías asociadas con la esfera y el toro, respectivamente.

Derivando la Ec. (33), se obtiene

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{hc\sigma}{\xi\pi x^2} \tag{34}$$

La cual debe tener dimensiones de fuerza y, por lo tanto σ debe ser adimensional. Luego, definiendo la fuerza entre la esfera y el toro mediante,

$$F_{ET} = -\frac{hc\sigma}{\xi\pi x^2} \tag{35}$$

Dado que ξ es un número entero, la fuerza dada en Ec. (35) esta así misma cuantizada. Se mostrará que de acuerdo al valor de ξ, la Ec. (35) describirá la fuerza nuclear [1], la fuerza electrostática y la fuerza gravitacional.

[1] Esta fórmula resulta ser válida cuando es contrastada con el potencial de Yukawa dado por $V(x) = \beta\frac{e^{-\mu x}}{x}$, donde $\beta = \frac{hc}{2\pi}\alpha$, α es la constante de estructura fina, $\mu = \frac{m_\pi c}{h}$, m_π es la masa del pion. Para esto se hace $\frac{\frac{H}{x} - \beta\frac{e^{-\mu x}}{x}}{\beta\frac{e^{-\mu x}}{x}} = \varepsilon$ donde $\frac{H}{x}$ es el potencial del tipo Coulomb y se espera que $\varepsilon \approx 0$. Luego, $H = e^{-\mu x}(\beta + \varepsilon\beta) \approx (1 - \mu x)(\beta + \varepsilon\beta)$, usando en desarrollo en Taylor. Por lo tanto, $H = A - Bx$, donde $A = \beta(1 + \varepsilon)$ y $B = \mu\beta(1 + \varepsilon)$. Desde que se está interesado en que $B \approx 0$ de tal manera que H sea constante talque $\frac{H}{x} \approx \beta\frac{e^{-\mu x}}{x}$, se debe tener que $\varepsilon \approx 0$ y $0 < \mu\beta \ll 1$, y esto es cierto.

Con la finalidad de calcular el valor de ξ para la fuerza de Coulomb, en este caso, ξ_C, se escribe $|F_{ET}| = F_C$, donde F_C es la fuerza de Coulomb entre dos electrones, esto es,

$$\frac{hc\sigma}{\xi_C \pi x^2} = \frac{K_e e^2}{x^2} \tag{36}$$

En el lado izquierdo de la Ec. (36) se asume que el valor de la carga elemental es 1 y, y en el lado derecho $K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$. De la Ec. (36), se tiene que,

$$\frac{2\sigma}{\xi_C} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \tag{37a}$$

Pero,

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} = \alpha \tag{37b}$$

Entonces,

$$\frac{2\sigma}{\xi_C} = \alpha \tag{37c}$$

$$\frac{\sigma}{\xi_C} = \frac{\alpha}{2} = 3.6486762846 \times 10^{-3} = \frac{0.9997373062}{274} \tag{37d}$$

De la Ec. (37d), se tiene que $\sigma = 0.9997373062$ y $\xi_C = 274$. Por simplicidad, hacemos $\sigma = 1$ de tal manera que se tiene una fracción irreducible de la forma $\frac{1}{274}$ y la Ec. (35) puede ser escrita como

$$F_{ET} = -\frac{hc}{274\pi x^2} \tag{37e}$$

La correspondiente incertidumbre asociada a ξ_C y σ no es posible determinar[2].

[2] Aquí, solo es posible expresar la incertidumbre correspondiente a $\left(\frac{\sigma}{\xi_C}\right) = \frac{\alpha}{2}$. Luego, $d\left(\frac{\sigma}{\xi_C}\right) = \frac{d\alpha}{2} = 0.0000000006 \times 10^{-3}$, el cual es menor que el correspondiente a $d\alpha = 0.0000000011 \times 10^{-3}$. Esto significa que el valor de $\frac{\sigma}{\xi_C}$ es un valor representativo del verdadero valor de $\frac{\sigma}{\xi_C}$. Para los cálculos se usó, $\alpha = 7.2973525693 \times 10^{-3} \pm 0.0000000011 \times 10^{-3}$. CODATA (2018): physics.nist.gov/constants.

Por lo tanto, la fuerza que corresponde a la interacción entre dos cargas eléctricas elementales (electrones), que se designará por F_{ET-C}, está dada por ecuación

$$F_{ET-C} = -\frac{hc}{274\pi x^2} \tag{38}$$

En esta última ecuación, ninguna carga eléctrica está presente[3].

Pero debido a la cuantización de la carga, la fórmula dada en (38) puede ser reescrita para el caso de la interacción entre cualquiera dos cuerpos cargados Ω_1, Ω_2 escribiendo,

$$F_{ET-C} = (-1)^l \frac{hcn^{\Omega_1}n^{\Omega_2}}{274\pi x^2} \tag{39}$$

Donde n^{Ω_1} es el número de cargas elementales en el cuerpo Ω_1, n^{Ω_2} es el número de cargas elementales en el cuerpo Ω_2, y

$$l = \begin{cases} número\ par, si\ las\ cargas\ electricas\ tienen\ el\ mismo\ signo \\ número\ impar, si\ las\ cargas\ electricas\ tienen\ diferente\ signo \end{cases}$$

La ecuación (39) es equivalente a la fórmula dada en la ley de Coulomb.

Se observa que la Ec. (39) se expresa en términos de las constantes fundamentales, la constante de Planck y la velocidad de la luz, además de estar caracterizada por el valor del parámetro adimensional $\xi_C = 274$. Con la finalidad de llevar a cabo la unificación de las correspondientes fuerzas de la ley de Newton de la gravitación universal y la ley de Coulomb, se debe determinar el valor de una masa elemental. Con este fin, primero se supone que la fuerza nuclear al cual se designará por F_{ET-N} esta descrita por la Ec. (35) para algún valor de ξ, y que en

[3] La Ec. (38) puede ser obtenida a partir de la expresión para la constante de estructura fina dada por $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$ en unidades MKS. La forma aquí deducida permite interpretar $\frac{\alpha}{2}$ como $\frac{1}{\xi}$ donde $\xi = 274$ es talque $\frac{\xi\pi}{k}$ es el periodo de la solución (3b) de la Ec. (3a).

este caso particular se denotará por ξ_N. Para determinar el valor de ξ_N, se considera la intensidad relativa entre la fuerza nuclear y la fuerza de Coulomb entre dos electrones,

$$\frac{F_{ET-N}}{F_C} = \frac{\frac{h\sigma c}{\xi_N \pi x^2}}{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 x^2}} = \frac{2\sigma}{\xi_N \alpha} \tag{40a}$$

Luego, se usa la intensidad relativa entre la fuerza nuclear y la fuerza electrostática igual al valor de la constante de estructura fina α^{-1}, la constante de acoplamiento del electromagnetismo definido a partir de la ley de Coulomb para partículas no relativistas pesadas (Wong,2004.p.3). Es claro que el valor de α^{-1} difiere del usado a escala del orden de la masa de los bosones Z, M_Z igual a 128.93$\pm$0.06 (Korner, Pivovarov & Schilcher,1999). Luego,

$$\frac{2\sigma}{\xi_N \alpha} = \alpha^{-1} \tag{40b}$$

$$\frac{\sigma}{\xi_N} = \frac{1}{2} \tag{40c}$$

Por lo tanto, $\xi_N = 2$ y nuevamente $\sigma = 1$.

Luego, se tiene que,

$$F_{ET-N} = -\frac{hc}{2\pi x^2} \tag{41}$$

Que vendría a ser la fórmula para la fuerza nuclear entre dos entidades[4].

De la misma manera, la intensidad relativa entre la fuerza nuclear y la fuerza gravitacional es 5.7099×10^{44}, un valor adecuado estimado por el autor para el propósito del presente trabajo de investigación[5], el cual permite determinar el valor de una masa elemental M. Por lo tanto,

$$\frac{F_{ET-N}}{F_G} = \frac{\frac{hc}{2\pi x^2}}{\frac{GM^2}{x^2}} = 5.7099 \times 10^{44} \tag{42}$$

De donde,

$$M = 9.108174007326300 \times 10^{-31} kg \tag{43}$$

El cual está muy cercano al valor de la masa del electrón.

En adelante, consideraremos la masa del electrón como una masa elemental. Este último valor permite calcular el valor de ξ_G para la fuerza gravitacional, por analogía al caso electrostático mediante $F_{ET-G} = F_G$, esto es,

$$\frac{hc\sigma}{\xi_G \pi x^2} = \frac{GM^2}{x^2} \tag{44}$$

De donde,

$$\frac{\sigma}{\xi_G} = 8.75904697010764 \times 10^{-46} = \frac{1}{1.14198 \times 10^{45}} \tag{45}$$

[4] Para $\xi_N = 2$, Ec. (33) se convierte en $\frac{hc}{2\pi x}$. Cuando $0 < x \leq 1.5 \times 10^{-15} m$, se tiene $\frac{2}{6\pi} \times 10^{15} hc \leq \frac{hc}{2\pi x}$ o $131.823 \leq \frac{19.773 \times 10^{-14}}{x}$ en unidades de MeV. Esta ultima desigualdad comprende las masas de todos los hadrones en el rango de $0 < x \leq 1.5 \times 10^{-15} m$. Este hecho conduce a confiar, que la Ec. (41) puede ser usada como una fórmula para la fuerza nuclear vista como una fuerza central. Las entidades que interactúan aquí quedan para ser exploradas.

[5] Este valor ha sido ajustado de tal manera que el valor de la masa elemental corresponde a la masa del electrón. En la literatura corriente, este valor es del orden de 10^{38} o 10^{39}. Para dos quarks separados $3 \times 10^{-17} m$ la intensidad es del orden de 10^{43} (http://uw.physics.wisc.edu). A partículas más fundamentales y separaciones más cortas, más grande es la intensidad. Por lo tanto, 5.7099×10^{44} es un valor adecuado.

La correspondiente incertidumbre asociada a ξ_G y σ separadamente no es posible determinar[6]. Luego, $\xi_G = 1.14198 \times 10^{45}$ y otra vez $\sigma = 1$. Por lo tanto, la correspondiente fórmula para la fuerza gravitacional entre dos masas elementales es,

$$F_{ET-G} = -\frac{hc}{1.14198 \times 10^{45}\pi x^2} \tag{46a}$$

Donde las dos masas elementales están absorbidas en esta fórmula y ninguna masa explicita está presente. Esto significa que la Ec. (44) puede ser escrita como,

$$\frac{hc}{1.14198 \times 10^{45}\pi x^2} = G\frac{m_e^2}{x^2} \tag{46b}$$

En la que las masas elementales absorbidas están en concordancia con el valor dado en Ec. (43). En adelante para los cálculos se considerará $M = m_e$ desde que el porcentaje de error entre M y m_e es alrededor de 0.0133%.

Para cualquiera dos masas Ω_1 y Ω_2, y con la finalidad de mantener la similitud con la Ec. (39), se adiciona a la Ec. (46a) $n^{\Omega_1}n^{\Omega_2}(-1)^l$ y se escribe,

$$F_{ET-G} = (-1)^l\frac{hcn^{\Omega_1}n^{\Omega_2}}{1.14198 \times 10^{45}\pi x^2} \tag{47}$$

Donde n^{Ω_1} es el número de masas elementales en el cuerpo Ω_1, n^{Ω_2} es el número de masas elementales en el cuerpo Ω_2, y

[6] Aquí, solo es posible escribir la incertidumbre correspondiente a $\frac{\sigma}{\xi_G}$, el cual es calculado a partir de $\frac{\sigma}{\xi_G} = \frac{GM^2\pi}{hc}$ tomando la diferencial $d\left(\frac{\sigma}{\xi_G}\right) = \left|\frac{M^2\pi}{hc}\right| dG + \left|\frac{2GM\pi}{hc}\right| dM$. El valor es $d\left(\frac{\sigma}{\xi_G}\right) = 0.00019680626453 \times 10^{-46}$. Esto significa que el valor calculado para $\frac{\sigma}{\xi_G}$ es un valor representativo del verdadero valor de $\frac{\sigma}{\xi_G}$. Para los cálculos se usó $G = 6.67430 \times 10^{-11} \pm 0.00015 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ y $M = m_e = 9.1093837015 \times 10^{-31} \pm 0.0000000028 \times 10^{-31} kg$. CODATA:physics.nist.gov/constants.

$$l = \begin{cases} numero\ par, si\ las\ masas\ tienen\ signo\ diferente \\ numero\ impar, si\ las\ masas\ tienen\ el\ mismo\ signo \end{cases}$$

Aquí, se escribe los valores para l de una manera diferente que la escrita en la Ec. (39), basado parcialmente en la experiencia ordinaria y la propuesta por Farnes (2018). Farnes, propuso atracción gravitacional para masas de igual signo, y repulsión gravitacional para masas de diferente signo. Sin embargo, esto permanece como un problema abierto en el contexto del presente trabajo de investigación.

La ecuación (47) es equivalente a la fórmula para la interacción gravitacional de Newton. En efecto, veamos que esto es cierto.

Cualquier cuerpo material esta hecho de átomos, y estos de protones, electrones y neutrones. De acuerdo a la física nuclear, la masa de los núcleos atómicos es menor que la suma de las masas de sus componentes, debido al defecto de masa, es decir, una parte de la masa se ha convertido en energía de enlace de los nucleones. Pero la teoría de la relatividad general dice que cualquier forma de energía es fuente de gravedad como lo es la masa. Luego, al no tomar en cuenta el defecto de masa en las masas m_1 y m_2 de dos cuerpos materiales cualquiera, estas masas pueden ser expresadas como,

$$m_i = p_i m_p + n_i m_n + e_i m_e \ ; i = 1{,}2 \tag{48a}$$

Donde p_i es el número de protones, n_i el número de neutrones y e_i el número de electrones.

Si n_p^e es el número exacto de electrones en un protón, n_n^e es el número exacto de electrones en el neutrón, $\varepsilon_{p<e}$ es un número racional propio correspondiente a una parte de un protón de tal manera que $0 < \varepsilon_{p<e} m_p < m_e$, y $\varepsilon_{n<e}$ es un número

racional propio correspondiente a una parte de un neutrón de tal manera que $0 < \varepsilon_{n<e} m_n < m_e$, luego se escribe

$$m_i = p_i\left(\left(n_p^e + \varepsilon_{p<e}\right)m_e\right) + n_i\left(\left(n_n^e + \varepsilon_{n<e}\right)m_e\right) + e_i m_e \;;\; 0 < \varepsilon_{p<e} m_p < m_e, 0 < \varepsilon_{n<e} m_n < m_e \quad (48b)$$

$$m_i = (p_i n_p^e + n_i n_n^e + e_i)m_e + (p_i \varepsilon_{p<e} + n_i \varepsilon_{n<e})m_e \;;\; 0 < \varepsilon_{p<e} m_p < m_e, 0 < \varepsilon_{n<e} m_n < m_e \quad (48c)$$

Por lo tanto,

$$m_1 m_2 = \left(\left(p_1 n_p^e + n_1 n_n^e + e_1\right)\left(p_2 n_p^e + n_2 n_n^e + e_2\right)\right)m_e^2 + R\left(\varepsilon_{p<e}\,,\ \varepsilon_{n<e}\right)m_e^2 \quad (48d)$$

Con

$$R\left(\varepsilon_{p<e}\,,\ \varepsilon_{n<e}\right) = \left(\left(p_1\varepsilon_{p<e} + n_1\varepsilon_{n<e}\right)\left(p_2 n_p^e + n_2 n_n^e + e_2\right) + \left(p_2\varepsilon_{p<e} + n_2\varepsilon_{n<e}\right)\left(p_1 n_p^e + n_1 n_n^e + e_1\right) + \left(p_1\varepsilon_{p<e} + n_1\varepsilon_{n<e}\right)\left(p_2\varepsilon_{p<e} + n_2\varepsilon_{n<e}\right)\right) \geq 0 \quad (48e)$$

De la Ec. (48d), se deduce,

$$\left(\left(p_1 n_p^e + n_1 n_n^e + e_1\right)\left(p_2 n_p^e + n_2 n_n^e + e_2\right)\right)m_e^2 \leq m_1 m_2 \quad (48f)$$

Desde que,

$$0 < R\left(\varepsilon_{p<e}\,,\ \varepsilon_{n<e}\right) \ll \left(\left(p_1 n_p^e + n_1 n_n^e + e_1\right)\left(p_2 n_p^e + n_2 n_n^e + e_2\right)\right) \quad (48g)$$

La Ec. (48f) debe ser realmente reescrita como,

$$\left(\left(p_1 n_p^e + n_1 n_n^e + e_1\right)\left(p_2 n_p^e + n_2 n_n^e + e_2\right)\right)m_e^2 \approx m_1 m_2 \quad (48h)$$

Usando la Ec. (46b) y teniendo en cuenta la Ec. (48h), se puede escribir,

$$\frac{hc\left(p_1 n_p^e + n_1 n_n^e + e_1\right)\left(p_2 n_p^e + n_2 n_n^e + e_2\right)}{1.14198\times 10^{45}\pi x^2} = G\,\frac{\left(p_1 n_p^e + n_1 n_n^e + e_1\right)\left(p_2 n_p^e + n_2 n_n^e + e_2\right)m_e^2}{x^2} \approx G\,\frac{m_1 m_2}{x^2} \quad (48i)$$

$$\frac{hc\, n^{\Omega}1 n^{\Omega}2}{1.14198\times 10^{45}\pi x^2} \approx G\,\frac{m_1 m_2}{x^2} \quad (48j)$$

Donde $n^{\Omega_i} = n_p^e p_i + n_n^e n_i + e_i,\ i = 1,2$; expresa el número de electrones en el cuerpo de masa m_i y por lo tanto el número de masas elementales n^{Ω_i}. La Ec. (48f) dice realmente que el lado izquierdo de la Ec. (48j) aproxima el lado derecho por defecto.

De los dos últimos numeradores de la Ec. (48i), se deduce que,

$$m_i \approx n^{\Omega_i} m_e;\ i = 1,2 \tag{49}$$

El cuadro 1 muestra la manera en que el defecto de masa interviene en el cálculo de la fuerza gravitacional para el caso de masas muy pequeñas tal como los núcleos de algunos isótopos usando tanto la fórmula F_G y la fórmula F_{ET-G} deducida aquí, tomándose para los cálculos $n_p^e = 1836$ y $n_n^e = 1838$. Para mostrar esto, se ha considerado el núcleo de los isótopos: Berilio-9 versus Sodio-23 y Aluminio-27 versus Cobalto-59.

Cuadro 1. *Comparación de la fuerza de interacción gravitacional de Newton, entre dos isótopos diferentes, usando la fórmula tradicional* (F_G) *y la fórmula deducida* (F_{ST-G})*. Se muestran los errores porcentuales* $\varepsilon[\%]$ *para los cálculos de* F_{ST-G} *con respecto a* F_G *sin defecto de masa (SN-DF) y con defecto de masa (C-DF), donde* $\varepsilon[\%] = \left|\frac{F_{ST-G} - F_G}{F_G}\right| \times 100$*. Los datos para los valores de los isótopos se encuentran en (Norman, Tyler, John, Lauren, Jacqueline, John, Peter, Glenda, Etienne, Dorothy, Thomas, Michael & Shigekazu, 2018) y el valor de la unidad de masa atómica* $\left(1u = 1.6605387 \times 10^{-27} kg\right)$ *en (Joseph and Jean, 2005).*

Masas		Distancia (m)	$F_G(N)$		$F_{ST-G}(N)$	$\varepsilon[\%]$	$\varepsilon[\%]$
			SN-DF	C-DF		SN-DF	C-DF
Berilio-9	Sodio-23	10^{-11}	3.87094e-40	3.81301e-40	3.86806e-40	0.0742872	1.44373
$p(4)$	$p(11)$						
$n(5)$	$n(12)$						
Aluminio-27	Cobalto-59	10^{-13}	2.97887e-35	2.92638e-35	2.97667e-35	0.0738139	1.71871
$p(13)$	$p(27)$						
$n(14)$	$n(32)$						

Se encuentra que el valor resultante para F_{ET-G} tiene un porcentaje de error $\varepsilon[\%]$ del orden de $1 \times 10^{-2}\%$ con respecto a F_G calculado cuando el defecto de masa se ha omitido en el calculo de F_G (sin defecto de masa: SN-DF). Es decir, cuando las masas para calcular F_G son de acuerdo a la Ec. (48a). Por otro lado, cuando el defecto de masa ha sido considerado (con defecto de masa: C-DF) en el cálculo de F_G, el error porcentual $\varepsilon[\%]$ de F_{ET-G} con respecto a F_G es del orden de magnitud cero. Es decir, cuando las masas para calcular F_G están dados por los datos experimentales. Similares resultados fueron encontrados usando la fórmula tradicional de la ley de Coulomb F_C con respecto a la fórmula deducida aquí (no se muestra la tabla por ser evidente).

Se observa que la fórmula dada en la Ec. (47) es la misma fórmula dada en la Ec. (39) excepto de que el valor del parámetro adimensional ξ_G es igual a 1.14198×10^{45}.

2.2 Marco Conceptual

2.2.1. Gravitación

Isaac Newton (1642 – 1727) al final de su libro Principia, describió la gravitación como una acción que opera sobre el sol y los planetas “según la cantidad de materia sólida que contienen y se propaga por todos lados a inmensas distancias, decreciendo siempre como el inverso del cuadrado de las distancias” (Newton, 1687).

La ley de interacción gravitacional de Newton, dice que la fuerza que experimentan dos cuerpos decrece como el cuadrado inverso de la distancia. Esta idea no fue propiamente original de Newton. Johannus Scotus Erigena (800 – 877) ya había vislumbrado que lo pesado y liviano varían con la distancia desde la tierra. Esta teoría fue tomada por Adelard of Bath (siglo XII), quien observó que una piedra soltada en un pozo muy profundo podría caer no más allá que el centro de la tierra. La primera sugerencia de la ley del inverso de cuadrado podría haber sido hecha

alrededor de 1640 por Ismael Bullialdus (1605 – 1694). Sin embargo, fue Newton quien realmente en 1665 o 1666 primero dedujo la ley del inverso del cuadrado a partir de observaciones experimentales. No obstante, Newton no publicó sus resultados durante 20 años, debido a que no sabía cómo justificar el hecho de haber tratado a la tierra como si tu totalidad de la masa estuviera concentrada en su centro. En los siguientes siglos, la ley de Newton de la interacción gravitacional se encontró con una brillante serie de éxitos al explicar el movimiento de la luna y los planetas. El descubrimiento de Neptuno poco después fue la verificación más espléndida de la teoría de Newton. Aun con todos estos éxitos, quedaba un problema. La precesión del perihelio del planeta Mercurio, el cual fue resuelto por Einstein utilizando la relatividad general que el mismo creó (Weinberg, 1971).

2.2.2 Electrostática

Reitz, Milford y Christy (1996), ilustran muy bien el panorama de la electrostática indicando que la primera observación de la electrización de objetos por frotamiento se pierde en la antigüedad. La carga es una propiedad fundamental y característica de las partículas elementales que forman la materia. Aunque a escala microscópica la materia se compone de un gran número de partículas cargadas, las poderosas fuerzas eléctricas asociadas con esta clase de partículas pasan desapercibidas ante una observación macroscópica. Esto porque hay dos clases de carga, positiva y negativa, y cualquier pedazo de materia va a contener igual cantidad de cada clase las cuales se cancelan. Las técnicas de finales del siglo XVIII se perfeccionaron de manera que permitió hacer observaciones precisas de las fuerzas entre cargas eléctricas. Los resultados de tales observaciones, controvertibles en dicha época, puede resumirse en los siguientes tres principios:

1. Hay dos y solo dos clases de carga eléctrica, conocidas hoy como positiva y negativa.

2. Dos cargas puntuales ejercen entre si fuerzas que actúan a lo largo de la línea que las une y que son inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que las separa.

3. Tales fuerzas son también proporcionales al producto de las cargas; repulsivas para cargas iguales, y atractivas para cargas contrarias.

Los dos últimos principios, con el primero como preámbulo, se conocen como ley de Coulomb en honor a Charles Augustin de Coulomb (1736 – 1806), uno de los principales estudiosos de la electricidad en el siglo XVIII.

La ley de Coulomb para cargas puntuales se formula en su manera más simple por la ecuación dada en (2). Esta ecuación, la cual es una ley experimental, es válida para la repulsión electrostática entre núcleos a distancias mayores que $10^{-14}m$; para distancias menores dominan las fuerzas nucleares, poderosas, aunque de corto alcance. Pruebas teóricas y experimentales, indican que la ley del inverso del cuadrado es exacta. Mediante un experimento indirecto, se ha demostrado que el exponente de r puede diferir de 2 en no más de una parte en 10^{15}.

2.2.3 El concepto de fuerza

El concepto de fuerza está íntimamente relacionado a la acción de empujar o jalar un objeto produciendo un cierto cambio en el estado de movimiento de éste. Sin embargo, las fuerzas no siempre causan el movimiento de un objeto. Por ejemplo, la fuerza de gravedad actúa sobre un objeto situado sobre una mesa, y no obstante dicho permanece estacionario. Existe una variedad de fuerzas, de las cuales algunas no implican contacto físico entre el objeto que causa la acción de empujar o jalar y el que la sufre. Estas fuerzas actúan a través del espacio vacío y son conocidas como fuerzas de campo. Ejemplos de estas fuerzas son, la fuerza de atracción gravitacional, la fuerza eléctrica entre otras. Los primeros científicos, incluido Newton, se interesaron por el concepto de fuerza que actuaba entre dos objetos no en contacto. Con el fin de superar este problema conceptual, fue Michael Faraday (1791 – 1867) quien introdujo el concepto de campo. La distinción entre fuerzas de contacto y fuerzas de campo no es tan radical como parece. Sin embargo, en el mundo microscópico, todas las fuerzas de contacto son consecuencia de las fuerzas de campo (Serway, 1982). Las fuerzas fundamentales son fuerzas de campo.

2.2.4 El concepto de unificación

En los últimos cuarenta años, la física teórica ha sufrido una transformación en la declaración de sus objetivos, los cuales han resultado ser tan radicales como cualquier otro en los últimos tres siglos. Transformación centrada en la notable idea de que el objetivo principal de la física es la unificación de sus leyes. A principios

de este siglo, los físicos habían verificado la existencia de cuatro fuerzas fundamentales: el electromagnetismo, la gravedad, la fuerza nuclear fuerte y la fuerza nuclear débil. Desarrollándose para cada una de estas fuerzas, teorías pasivamente precisas y sin que demuestren alguna conexión profunda entre ellas. El objetivo de la física de hoy, es desarrollar teorías que unifique las fuerzas fundamentales, mostrando que en última instancia existe solamente una única fuerza fundamental en el universo, pero la que se muestra como si se tratara de muchas fuerzas diferentes (Mauldin, 1996).

Existen diferentes significados de unificación en la física, cada uno con diferentes implicaciones sobre cómo vemos las teorías y los fenómenos unificados. Por ejemplo, la unificación proporcionada por la electrodinámica de Maxwell y la mecánica newtoniana que reunió fenómenos terrestres y fenómenos celestes (Mauldin, 1996; Batterman, 2013; Krasnov y Percacci, 2018). El tipo de unificación que llevó al éxito de la teoría electrodébil no es el tipo de unificación buscada en las teorías de la gran unificación GUT (del inglés: Grand Unified Theory). Más aún, algunos teóricos niegan que la teoría electrodébil muestre una verdadera unificación del electromagnetismo y la fuerza débil en absoluto. En la actualidad, los intentos de unificación recurren a las teorías de calibre los cuales se basan en los grupos de calibre. Se elige un grupo de calibre tal como $U(1)$ en el caso del electromagnetismo o $SU(3)$ en el caso de la cromodinámica. Luego el lagrangiano es construido de manera que resulte invariante bajo las operaciones de grupo. Las partículas de calibre, o portadoras de la fuerza son asociadas con los generadores del grupo. Así, $U(1)$ tiene un solo generador y una sola partícula de calibre, el fotón. $SU(3)$ tiene ocho generadores dando como resultado los ocho tipos de gluones. El Modelo Estándar emplea el grupo de calibre $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, esto es, emplea un grupo producto en lugar de un simple grupo (Mauldin, 1996).

En términos muy generales, la unificación es un mecanismo por el cual los campos de dos o más teorías físicas diferentes se convierten en componentes de un solo campo (Krasnov y Percacci, 2018).

2.2.5 Un breve panorama sobre la teoría de cuerdas

La teoría de las cuerdas tuvo sus inicios por el año 1960 como un modelo poco exitoso de los hadrones. En la actualidad la teoría de las cuerdas es la única teoría

plausible con la finalidad de incorporar la gravitación, así como las interacciones, fuerte y electro débil. Es decir, la teoría de cuerdas emerge como una posible teoría de todas las fuerzas (Polchinsky, 2000).

En la teoría de cuerdas, el gravitón y todas las otras partículas elementales son objetos unidimensionales, llamadas cuerdas del tamaño típico de $10^{-33}cm$, en lugar de puntos como en el caso de la teoría cuántica de campos. Estas cuerdas, pueden ser abiertas o cerradas como se muestra en la figura 4 y, pueden vibrar talque diferentes modos de oscilación de éstas corresponderán a partículas diferentes. A medida que una cuerda evoluciona en el tiempo, barre una superficie bidimensional en el espacio tiempo, conocido como una hoja de universo, el cual es el análogo de la línea de universo de una partícula puntual en el espacio tiempo y como se ilustra en la figura 5 (Uranga, 2012).

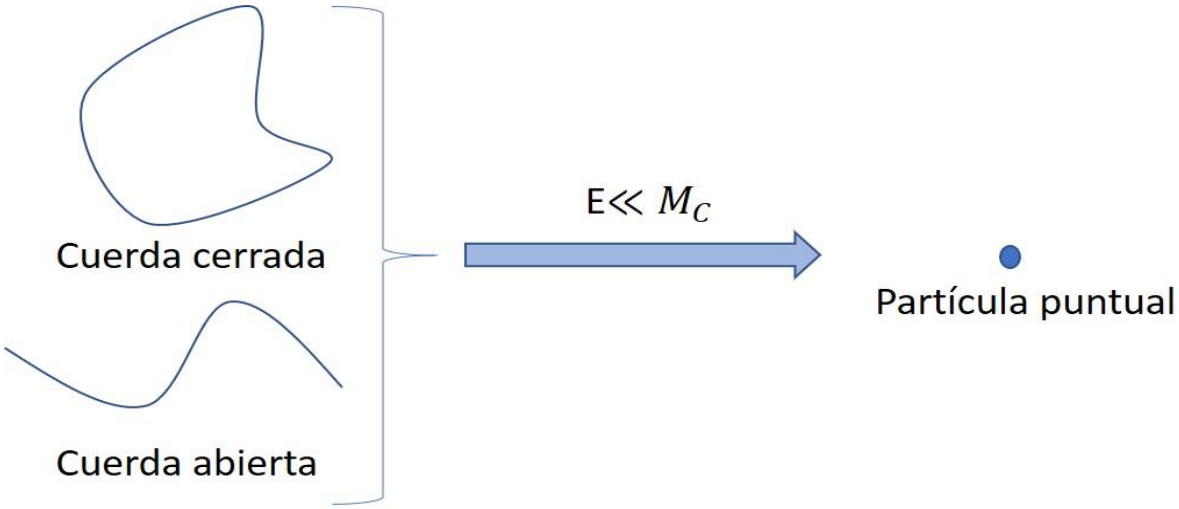


Figura 4: *De acuerdo a la teoría de cuerdas, las partículas elementales son objetos extendidos espacialmente unidimensionales (cuerdas).* M_C *corresponde a la energía de la escala de las cuerdas.*

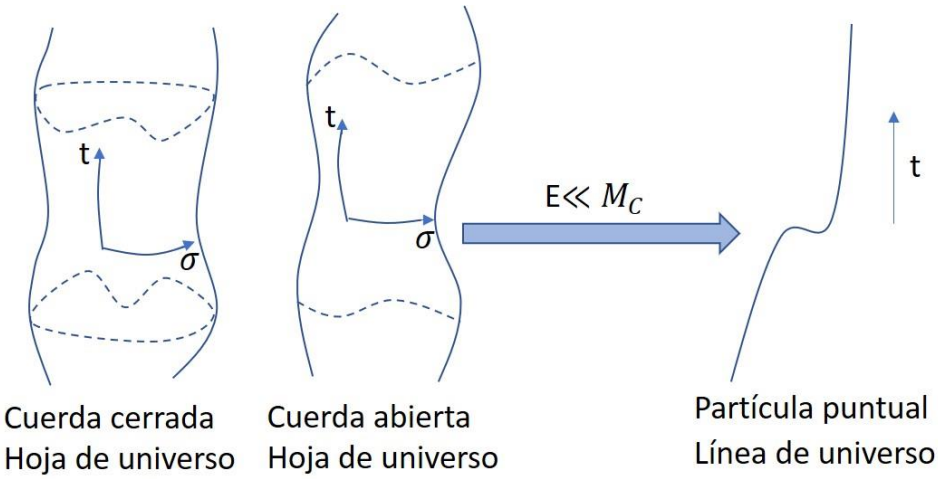


Figura 5: *Hojas de universo correspondientes a cuerdas cerradas y cuerdas abiertas. Estas se reducen a líneas de universo en el límite de partículas puntuales a bajas energías.*

2.2.6 Membranas fundamentales

En el presente trabajo de investigación entiéndase por membrana fundamental, a aquella superficie regular en el sentido matemático la cual es espacialmente bidimensional y que para fines físicos no puede describirse en términos de otras membranas más fundamentales. Aquí, la esfera y el toro allí donde su curvatura gaussiana es negativa, son membranas fundamentales. Estas han sido elegidas debido a que la primera es tal que su curvatura gaussiana es como el inverso del cuadrado y la curvatura gaussiana de la segunda también conduce al inverso del cuadrado. Es decir, está presente en estas superficies la característica principal de la fórmula correspondiente a la Ley de Coulomb y a la Ley de la interacción gravitacional de Newton. Además, la primera es una superficie cerrada y la segunda una superficie abierta, lo que está en correspondencia con la teoría de cuerdas, en la que las cuerdas fundamentales son de dos tipos: cuerdas abiertas y cuerdas cerradas. Si se necesita tener algún tipo de interacción en el presente contexto, se necesita al menos dos entidades que es precisamente de lo que se dispone.

CAPITULO III

MARCO METODOLOGICO

3.1 Hipótesis central de la investigación

De acuerdo al problema planteado en el capítulo I, **l**a hipótesis como respuesta a éste, queda enunciado de la siguiente manera:

Si es posible obtener una única fórmula en la cual la ley de Newton de la gravitación universal y la ley de Coulomb resulten unificadas siempre y cuando se planteen la existencia de dos membranas espacialmente bidimensionales una cerrada y otra abierta y caracterizadas por sus funciones curvaturas oscilantes con frecuencia y numero de onda como funciones de las coordenadas espaciales y del tiempo de manera que al menos las ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo podrían resultar aparentes para obtener resultados físicos importantes.

3.2 Variables e indicadores de la investigación

3.2.1 Definición conceptual

- **Gravitación:** Fenómeno de la naturaleza mediante el cual los cuerpos con masa se atraen entre sí.
- **Electrostática:** Rama de la física que estudia las interacciones entre las cargas eléctricas puestas en reposo.
- **Ley de Coulomb:** Establece que la magnitud de la fuerza de interacción entre dos cargas puntuales y en reposo, es directamente proporcional al producto de la magnitud de ambas cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa y tiene la dirección de la línea que las une. La fuerza es repulsiva si las cargas son del mismo signo, y de atracción si son de signo opuesto.
- **Ley de Newton de la gravitación universal:** Establece que la magnitud de la fuerza de interacción entre dos cuerpos con masa, es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa y tiene la dirección de la línea que las une. La fuerza es solo atractiva.
- **Membranas fundamentales:** Llamaremos membranas fundamentales a la superficie espacialmente bidimensional de la esfera y, la superficie

espacialmente bidimensional del toro allí donde su curvatura gaussiana es negativa.

3.2.2 Definición operacional

De acuerdo a las definiciones conceptuales dadas, se define operacionalmente:

- **Inverso del cuadrado de la distancia r:**

$$\frac{1}{r^2}$$

- **Masa m:**

$$m = \frac{F}{a}$$

Donde F es la fuerza aplicada sobre la masa m y a la aceleración que experimenta el objeto de masa m.

- **Carga eléctrica:**

$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$ en unidades MKS.

Donde: $\hbar$ es la constante reducida de Planck, c la velocidade de la luz, α la constante de estructura fina y ϵ_0 la permitividad de espacio libre.

- **Constante física:**

$$K = 8.9874 \times 10^9 Nm^2/C^2$$

$$G = 6.67259(85) \times 10^{-11} Nm^2/kg^2$$

Donde N es la unidad de fuerza en newtons, m la unidad en metros, C la unidad de carga en coulombs y kg la unidad de masa todos en el Sistema Internacional de Unidades SI.

- **Acción a distancia:**

$$\frac{\beta}{r^2}$$

Donde β es una constante dimensional en unidades de Jm (Joule – metro).

3.2.3 Indicadores

Teniendo en cuenta las variables indicadas anteriormente se va a obtener una expresión para la acción a la distancia que unifica la ley de Coulomb y la ley de la interacción gravitacional de Newton.

3.3 Métodos de la investigación

Goenner (2004) afirma:

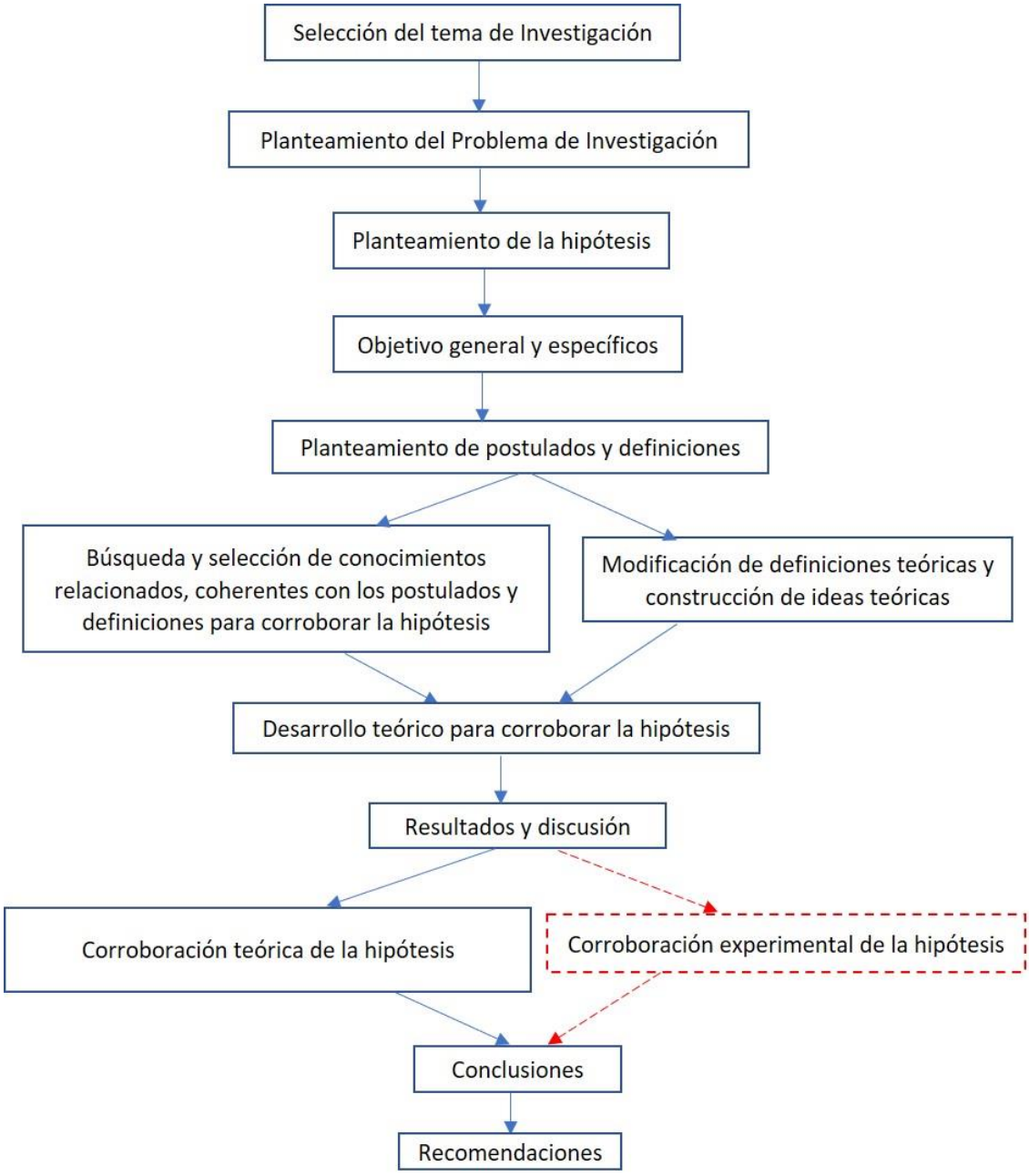
En todas las tentativas de unificación se encuentra dos enfoques metodológicos distintos: un método hipotético – deductivo y un método empírico – inductivo. Como señaló Dirac, sin embargo,

"el desarrollo exitoso de la ciencia requiere un equilibrio adecuado entre el método de construir a partir de observaciones y el método de deducir por razonamiento puro de supuestos especulativos, […]". (p.6)

En este trabajo de investigación se siguió lo señalado por Dirac dentro de un marco que se aproxima más a una investigación del tipo teórico, hipotético – deductivo y no experimental. Teniendo como herramienta fundamental a la matemática, se observó las características matemáticas fundamentales que relacionan a las fórmulas presentes en la ley de Coulomb y la ley de la interacción gravitacional de Newton. Luego, se buscó e identificó los conceptos y propiedades matemáticas, susceptibles de darles contenido según lo observado, así como se formuló definiciones e ideó mecanismos matemáticos que permita alcanzar los objetivos planteados con el fin de corroborar la hipótesis planteada. Así, el concepto de curvatura gaussiana asociada al de superficie resultó ser importante. En particular, se usó la superficie esférica, y la superficie de un toro allí donde su curvatura es negativa; dado que la primera es como el inverso de cuadrado de la distancia y la segunda conduce al inverso del cuadrado de la distancia. Adicionalmente se tomó en cuenta conceptos físicos, algunos de los cuales se re definieron según las necesidades para que finalmente, trabajándolos conjuntamente, conduzcan a los resultados esperados. Esto es, corroborar la hipótesis.

3.4 Esquema de la investigación

El esquema de investigación se muestre en el siguiente cuadro 2.



Cuadro 2. *Esquema del proceso de investigación. La línea punteada roja cerrada casi al final, destaca que resta corroborar experimentalmente la hipótesis. La corroboración teórica refiere a que el resultado de los cálculos con las fórmulas obtenidas según lo planteado en la hipótesis, coincide con el resultado de los cálculos con las fórmulas estándar de la física.*

3.5 Actividades del proceso investigativo

Para el desarrollo del presente trabajo de investigación con el fin de corroborar la hipótesis como respuesta al problema planteado se procedió como sigue:

1. Se revisó una serie de artículos científicos y bibliografía especializada.

2. Se invitó a participar con sus opiniones y aportes a profesionales del medio nacional e internacional que están abocados a temas afines del presente trabajo de investigación.

3. Se sometió el desarrollo del trabajo de investigación en la modalidad de artículo para su publicación y así conocer la opinión de los revisores dado la delicadeza del tema.

4. Después de haber enviado aproximadamente a 10 revistas indexadas, fue aceptado la publicación del tema central del desarrollo de presente trabajo de investigación previas observaciones, de las cuales, una fue fundamental que sin la opinión y aporte del editor de dicha revista no quedaba resuelto el impase surgido en los cálculos matemáticos e interpretación física de parte del desarrollo del trabajo de investigación. Superado las observaciones se publicó en la revista Physics Essays en la Ciudad de Toronto, Canadá. Revista que pertenece a la Web of Science. Luego, se publicó en la plataforma de intercambio de investigación https://arxiv.org/abs/2106.05164 de la Universidad de Cornell – USA.

5. Finalmente, con la aceptación de la publicación mencionada en el punto 4, se continuo con la redacción del informe de tesis doctoral.

CAPITULO IV

4. RESULTADOS Y DISCUSION

La tabla 1 muestra que la fórmula deducida (47) para F_{ET-G}, tomando en cuenta el postulado de las membranas, permite obtener resultados similares en los cálculos de la fuerza gravitacional, al de los obtenidos con la fórmula tradicional correspondiente a la ley de Newton de la interacción gravitacional F_G, cuando el defecto de masa no es considerado y cuando el defecto de masa si es considerado. En ambos casos, las fórmulas F_{ET-G} y F_G concuerdan muy bien en los cálculos realizados. Similares resultados fueron encontrados comparando los resultados obtenidos de acuerdo con la fórmula de la Ec. (39) para F_{ET-C} y la dada por la fórmula tradicional de la ley de Coulomb F_C. La correspondiente tabla no se muestra por las razones indicadas en el pie de página 3. Luego, las fórmulas dadas en las ecuaciones (39) y (47) resultan estar validadas, y debido al hecho que ambas fórmulas han sido deducidas de la Ec. (35), estas fórmulas pueden ser escritas en una única fórmula general dada por,

$$F = (-1)^l \frac{hcn^{\Omega_1} n^{\Omega_2}}{\xi \pi x^2} \tag{50}$$

De tal manera que si el parámetro adimensional ξ es talque $\xi = 274$, F resulta ser la fuerza dada en la ley de Coulomb, en este caso designada por F_{ET-C}. Si se tiene $\xi = 1.14198 \times 10^{45}$, F corresponde a la fuerza dada en la ley de la interacción gravitacional de Newton, y que se ha denotado por F_{ET-G}, como se muestra en la figura 6.

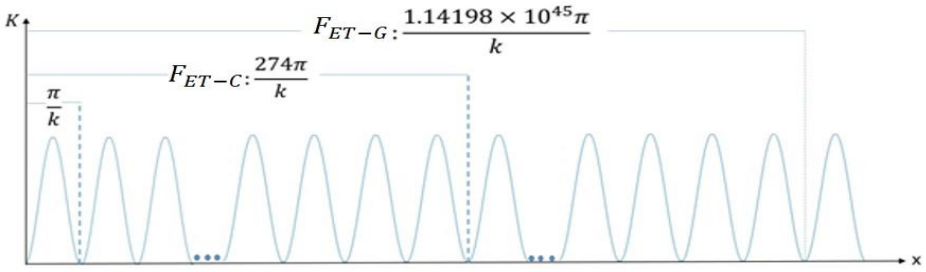


Figura 6. *Periodos de la función curvatura* $K = K_0 sin^2(kx - \omega t)$ *que hace la diferencia entre las fuerzas* F_{ET-C} *y* F_{ET-G}. $\frac{\pi}{k}$ *es el periodo fundamental y* k *el número de onda. La forma de la curva sinusoidal es solo ilustrativa.*

El valor de ξ es tal que $\frac{\xi\pi}{k}$ es el período espacial de la solución dada en la Ec. (3b) de la ecuación clásica de la onda Ec. (3a). Además, las constantes de proporcionalidad clásicas para la ley de Coulomb dada por K_e y la ley de Newton dada por G son reemplazadas por las constantes $\frac{hc}{274\pi}$ y $\frac{hc}{1.14198\times10^{45}\pi}$, respectivamente, los cuales tienen las mismas unidades, y no más el producto de las cargas eléctricas y el producto de masas están presentes en estas nuevas fórmulas, como es en el caso de las fórmulas clásicas y que hace la diferencia. Ahora, ambas fuerzas son de la misma naturaleza en el sentido de que ambas son el resultado de la interacción de las membranas postuladas. Por otro lado, una característica importante de estas fórmulas es que están escritas en términos de la velocidad de la luz en el vacío, el cual es a menudo asociado con fenómenos relativísticos, y la constante de Planck, el cual esta normalmente asociado con fenómenos cuánticos.

De acuerdo a las ecuaciones (33) y (34), las nuevas fuerzas deducidas son el resultado de la razón de cambio con la distancia de la diferencia de energías E_e y E_T asociado con las membranas oscilantes postuladas, cuando la frecuencia angular ω_e es igual a la frecuencia angular ω_T, lo cual significa que las partículas estarían en una suerte de resonancia para poder interactuar entre ellas.

Cabe destacar, que varios autores han intentado unificar la ley de Coulomb y la ley de Newton de la interacción gravitacional sin encontrar una fórmula general satisfactoria que incluya a las respectivas fuerzas presentes en dichas leyes. Por ejemplo, Caillon (2018), afirma haber derivado una fórmula de posible unificación, considerando la carga eléctrica como la cuarta componente del momento de la partícula en un espacio tiempo penta dimensional el cual había sido compactificado en un círculo con un radio extremadamente pequeño determinado a partir de las constantes fundamentales de la física. La fórmula obtenida por Caillon es,

$$\vec{F} = -\frac{GM_1M_2}{r^2}\vec{u} + \frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{u}$$

Este resultado es la suma de las versiones clásicas de las fórmulas para la ley de Coulomb y la ley de Newton de la gravitación universal, no siendo una fórmula con un único término como en el obtenido en la presente investigación, Ec. (50).

Además, no dice nada acerca de la relación entre las naturalezas de las fuerzas presentes en la ley de Coulomb y la ley de Newton de la interacción gravitacional. Por otro lado, Torres-Gomez, Krasnov & Scarinci (2011) y Li (2016) al intentar describir una teoría de la posible unificación del electromagnetismo y la gravedad no muestran fórmula alguna de unificación. Se debe enfatizar que la Ec. (35) deja como un problema abierto aclarar la naturaleza de la fuerza de repulsión y atracción presente en la ley de Coulomb, así como la posible existencia de masas positivas y negativas y por lo tanto de una fuerza de repulsión y atracción de acuerdo a la fuerza que dicta la ley de Newton de la gravitación universal. Esto visto desde el punto de vista de las membranas postuladas.

Como es bien sabido, la carga elemental correspondiente a la del electrón medido en términos de la carga de Planck está dado por $e = \sqrt{\alpha} q_p$, donde α y q_p son la constante de estructura fina y la carga de Planck, respectivamente, de donde $\alpha = \left(\frac{e}{q_p}\right)^2 \approx \frac{1}{137.03599911}$. Por otro lado, la masa elemental m_e del electrón puede ser escrito como $m_e = \sqrt{\alpha_G} m_p$, donde α_p y m_p son las constantes de acoplamiento para la interacción gravitacional y m_p la masa de Planck, por lo que se obtiene $\alpha_G = \left(\frac{m_e}{m_p}\right)^2 \approx 1.751751596 \times 10^{-45}$. Aunque las relaciones entre α_G y la gravitación es algo análogo al de la constante de la estructura fina α y el electromagnetismo, se puede observar que mientras α es una función de la carga elemental el cual es un cuanto que es independiente de la elección de la partícula, α_G es una función de la masa en reposo del electrón, siendo en este último caso una arbitrariedad. De acuerdo a lo anterior α y α_G tienen diferentes orígenes. Sin embargo, en el presente trabajo, la constante de estructura fina y su análogo α_G pueden ser obtenidos de una función que solo depende del parámetro adimensional ξ, $\alpha(\xi) = \frac{2}{\xi}$, para $\xi = 274$ y $\xi = 1.14198 \times 10^{45}$, respectivamente. Es más, $\alpha = 1$ cuando $\xi = 2$ y que corresponde a lo que se ha llamado fuerza nuclear dada en la Ec. (41). No se debe olvidar que ξ es talque $\frac{\xi\pi}{k}$ es el periodo espacial de las membranas oscilantes postuladas.

Desde que en la Ec. (48j) el lado izquierdo aproxima al lado derecho por defecto, y si en la Ec. (48a) se toma en cuenta el defecto de masa, se espera que la Ec. (48j) se aproxime más a la igualdad.

Con el ánimo de mostrar la validez de la fórmula (33), se mostrará que esta ecuación puede igualmente ser derivado de la ecuación del espacio libre de Yukawa,

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \frac{1}{a^2}\right)U(\vec{r},t) = 0 \tag{51}$$

Donde a es un parámetro de rango$(\sim 2fm)$. La ecuación (51) es relativistamente invariante y corresponde al caso no estático. Aunque hasta aquí U es aún un campo clásico, Yukawa tomó el decisivo paso de tratar U cuánticamente, considerando una solución de onda que se propaga para la Ec. (51) en la forma

$$U = e^{\left(\frac{i\vec{p}.\vec{r}}{\hbar} - \frac{iEt}{\hbar}\right)} \tag{52}$$

En el caso unidimensional, la Ec. (51) se convierte en,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \frac{1}{a^2}\right)U(x,t) = 0 \tag{53}$$

Y la Ec. (52) se convierte en,

$$U = e^{\left(2\pi i\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)} \tag{54}$$

Reemplazando ξ en lugar del número 2 en la Ec. (54), se tiene,

$$U = e^{\left(\xi\pi i\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)} = e^{\left(\frac{\xi i}{2}\left(\frac{px}{\hbar} - \frac{Et}{\hbar}\right)\right)} \tag{55}$$

Reemplazando la Ec. (55) en la Ec. (53), se encuentra que,

$$E = \sqrt{p^2c^2 + \frac{4c^2\hbar^2}{\xi^2 a^2}} \tag{56}$$

Comparando la Ec. (56) con la relación estándar para una partícula masiva de la relatividad especial dado por

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$$

se encuentra que,

$$mc^2 = \frac{hc}{\xi\pi a} \tag{57}$$

Poniendo $E = mc^2 = V$ en la Ec. (57) y reemplazando el parámetro de rango a por x , se encuentra finalmente que,

$$V = \frac{hc}{\xi\pi x} \tag{58}$$

siempre que a y x sean lo mismo. Además, de la Ec. (57) se tiene que,

$$m = \frac{h}{\xi\pi ac}$$

que es la masa del cuanto del campo de la fuerza de rango finito U. Luego, la E. (57) es la ecuación (33) con $\sigma = 1$.

CAPITULO V

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo de investigación, un modo simple de unificar las fuerzas presentes en la ley de Coulomb y la ley de Newton de la gravitación universal ha sido llevado a cabo postulando la existencia de dos membranas espacialmente bidimensionales caracterizadas por su curvatura gaussiana que oscilan de acuerdo a la solución de la ecuación de la onda clásica dada por

$$K = K_0 sin^2(kx - \omega t)$$

con período no fundamental $\lambda = \frac{\xi\pi}{k}$ y, longitud de onda de de Broglie dada por $\lambda = \frac{h}{p}$.

Estas fuerzas quedan unificadas en la fórmula,

$$F = (-1)^l \frac{hcn^{\Omega_1} n^{\Omega_2}}{\xi\pi x^2}$$

Donde, si $\xi = 274$ se tiene la fuerza de la interacción electrostática de Coulomb y, si $\xi = 1.14198 \times 10^{45}$se tiene la fuerza de la interacción gravitacional de Newton.

Esta unificación ha sido posible, debido a que ambas fuerzas resultaron ser de la misma naturaleza, desde que sus nuevas fórmulas correspondientes (F_{ET-C} y F_{ET-G}) fueron derivadas de la interacción entre las mismas membranas postuladas y bajo el mismo mecanismo, siendo el eslabón de la unificación el parámetro adimensional ξ.

De acuerdo a las ecuaciones (33) y (34), las nuevas fuerzas deducidas son el resultado de la razón de cambio con la distancia de la diferencia de energías E_E y E_T asociado con las membranas oscilantes postuladas y, cuando la frecuencia angular ω_E es igual a la frecuencia angular ω_T. Estas fórmulas solo se diferencian en el valor del parámetro adimensional ξ presente en ambas fórmulas, para el cual $\frac{\xi\pi}{k}$ es el período espacial de la solución de la ecuación de la onda que gobierna el comportamiento oscilatorio de las membranas. Este parámetro adimensional es similar al dial de un radio. Permite sintonizar las fuerzas. Si $\xi = 274$ se tiene la formula para la fuerza de Coulomb y si $\xi = 1.14198 \times 10^{45}$ se tiene la fuerza

presente en la ley de Newton de la gravitación universal. Las constantes K_e y G no más están presentes en las fórmulas re escritas para las fuerzas. Así, se ha reformulado las cuatro constantes fundamentales tradicionales h, c, G y α a cuatro nuevas constantes h, c, ξ_G, y ξ_C. Sin embargo, en las constantes tradicionales solo α es adimensional, y en las nuevas dos constantes son adimensionales ξ_G y ξ_C. En este sentido se ha reducido el número de constantes con dimensiones, de tres a solo dos. Todo esto ha permitido unificar las dos fuerzas en estudio, debido a que, por un lado, no más masas ni cargas ni sus correspondientes unidades aparecen en las correspondientes fórmulas para las fuerzas, y por otro lado, las fuerzas en ambos casos son las mismas excepto de que tienen diferentes valores para ξ.

Aún más, la posible formula unificadora esta ahora cuantizada debido a que el valor de ξ es un numero entero.

La variable unidimensional x de la Ec. (50) es fundamentalmente el parámetro de rango a relacionado al cuanto del campo de fuerza de rango finito con masa m, mediante $a = \frac{h}{\xi\pi mc}$ en la teoría de Yukawa. Cuando $m \to 0$ y entonces el cuanto virtual de intercambio son los fotones, el potencial de Yukawa se convierte en $V(x) = \frac{\beta}{x}$ el cual es esencialmente el potencial de Coulomb y de donde se obtiene la fuerza de Coulomb. Equivalentemente a esto, y de acuerdo a la presente teoría, si $\xi = 274$, se tiene el potencial $V(x) = \frac{hc}{274\pi x}$, en el cual el producto de las dos cargas elementales ya está incluido. Lo nuevo aquí, es que si $\xi = 1.14198 \times 10^{45}$ se tiene el potencial $V(x) = \frac{hc}{1.1419810^{45}\pi x}$, en el cual el producto de las dos masas elementales también ya está incluido y de donde se ha deducido la correspondiente fórmula para la interacción gravitacional y equivalente a la dada por Newton. La manera simple de unificar las fórmulas presentes en la ley de Coulomb y la ley de Newton de la gravitación universal descansa también en esta argumentación.

Dado que las fuerzas entre masas y cuerpos cargados son de naturaleza radial (fuerzas centrales), la teoría aquí desarrollada no debería ser difícil extenderlo al caso tridimensional.

Se debe enfatizar que, aunque el método usado para deducir la posible fórmula unificadora no involucra una matemática de alto nivel, como lo es requerido por las

teorías corrientes, los cálculos obtenidos mediante la fórmula obtenida concuerdan muy bien con los cálculos obtenidos mediante las fórmulas tradicionales de Coulomb y Newton. Por eso, estos resultados dejan abierta la posibilidad de formular una posible teoría basada en membranas, la cual permitiría unificar a todas las fuerzas fundamentales de la naturaleza y, por lo tanto, se recomienda profundizar su estudio.

VI. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Aitchison, J.J.R., and Hey, A.J.G.(2003). Gauge Theories in Particle Physics Vol. I. Third Edition.

2. Arfken, G and Weber, H. (2005). Mathematical Methods for Physicists. 6th edition. Elsevier Academic Press.

3. Assis, A.K.T. (1995). Advanced electromagnetism: Foundations, Theory and Applications, Vol. 314. World Scientific, Singapore.

4. Batterman, R. (2013). The Oxford Handbook of Philosophy of Physics. Oxford Univesity Press.pp. 381.

5. Brandenburg, J.E. (1992). IEEE Trans. Plasma Sci. 20, 944

6. Caillon, J.C. (2018). Phys. Lett. A 382,3307.

7. Corben, H.C. (1946). Phys. Rev. 69, 225

8. Davidson, A. and Owen, D.A. (1986). Phys. Lett. B 166, 123

9. Do Carmo, M.P. (1976). Differential Geometry of Curves and Surfaces. 1st. Ed. Prentice – Hall, Upper Saddle River, N.Y.

10. Drafta, V. (2004). The nature is simple in essence – on gravitation and electromagnetism unification. arXiv:physics/0211107

11. Einstein, A. (1916). Die Grundlage der allgemeinen Relativitatstheorie, Ann. Phys. (Leipzig), 354.

12. Farnes, J.S. (2018). Astron. Astrophys.620, A92

13. Fradkin, E.S. and Tseytlin, A.A. (1985). Phys. Rep. 119, 233

14. Ghose, P. (2015). Unification of Gravity and Electromagnetism I. Mach's principle and Cosmology. arXiv:1408.2403v4

15. Ghose, P. (2018). Unification of Gravity and Electromagnetism II. A geometric Theory. arXiv:1408.2507v3

16. Goenner, H.F.M. (2004). On the History of Unified Field Theories. Living Rev. Relativity,7,(2004),2.

17. Griffiths, D. (1987). Introduction to Elementary Particles. John Wiley & Sons, INC. USA.

18. Has, I., Miclaus, S., and Has, A. (2015). A Theoretical Confirmation of the Gravitation New Origin Having a Dipolar Electrical Nature with Coulomb Law Corrected. American Journal of Modern Physics, 4(3), 97-108. doi: 10.11648/j.ajmp.20150403.11.

19. Haug, E.G. (2016). Unification of Gravity and Electromagnetism Gravity – Electromagnetism. A Probability Interpretation of Gravity. viXra:1604.0208

20. Hendi, S.H and Sheykhi, A. (2012). Int. J. Theor. Phys.51,1125

21. Joseph, M. and Jean G (2005). Radioactivity Radionuclides Radiation. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/3-540-26881-2_2 .

22. Klaus W. and Bhola, N. (2018). Impact models of gravitational and electrostatic forces: Potential energies, atomic clocks, gravitational anomalies and redshift. arXiv:1804.04010v1 (physics.gen-ph) 10 Apr 2018.

23. Korner, J.G.,Pivovarov,A.A. and Schilcher, K.(1999). Eur. Phys..J.C 9,551

24. Krasnov and Percacci, R. (2018). Gravity and Unification: a review. Class. Quantum Grav. 35 3001

25. Li, L. X. (2016). Front. Phys. 11, 110402.

26. Mauldin, T. (1996). On the Unification of Physics. The Journal of Philsophy,93 (3), 129 – 144.

27. Mohapatra, R. (2003). Unification and Supersymmetry: the frontiers of Quark – Lepton Physics, Third Edition, Springer.

28. Nagashima, Y. (2010). Elementary Particle Physics. Volume 1, Quantum Field Theory and Particles, 1st ed. Wiley – VHC

29. Norman, E. H., Tyler, B. C., John, K. B., Lauren V. T., Jacqueline B., John R. L., Peter, G. M., Glenda O., Etienne R., Dorothy H. T., Thomas, W., Michael, E. W., and Shigekazu Y.(2018). IUPAC Periodic Table of the Elements and Isotopes (IPTEI) for the Education Community (IUPAC Technical Report): Pure and Appl. Chem. **90** (12), 1833-2092.

30.Ordin, S.(2015). Electrostatic propulsion. Part 1, the site of the Nanotechnology.

31. Polchinski, J. (2000). String Theory, Vol. I: An introduction to the bosonic string. Cambridge University Press.

32. Reitz,J., Milford, F. and Christy, R. (1996). Fundamentos de la teoria electromagnetica, cuarta edición, Addison – Wesley Iberoamericana. USA, pp. 26 – 29.

33. Salam, A. (1981). Einstein's Last Dream: The Space-Time Unification of Fundamental Forces. Physics News, 12(2), p.36.

34. Searight, T. (2018). On degenerate metrics, dark matter and unification. arXiv:1812.01984 [physics.gen – phv1].

27. Serway, R. (1982). Fisica, tomo I, Cuarta edición, McGraw – Hill. pp. 106-107.

35. Sidharth, B. and Das, A. (2016). Towards Grand Unification. arXiv:1608.05260v1 [physics.gen – ph].

36. Torres-Gomez, A.,Krasnov, K. &Scarinci, C. (2011). Phys. Rev. D 83,25023.

37. Uranga, A. (2012). Introduction to String Theory, Universidad Autonoma de Madrid.

38. Wang, L.J. (2018). Unification of gravitational and electromagnetic fields. Physics Essays 31,1. http://dx.doi.org/10.4006/0836-1398-31.1.81]

Society of Russia. http:/www.rusnor.org/pubs/articles/13041.htm

39. Weinberg, S. (1971). Gravitation and Cosmology: principles and applications of the general theory of relativity. John Wiley & Sons, Inc.pp.11-45.

40. Wong, S.S.M. (2004). Introductory Nuclear Physics. 2nd.ed.(Wiley-VHC, New York)

41. Wu, E. (2016). Gravitational Waves, Newton's Law of Universal Gravitation and Coulomb's Law of Electrical Forces Interpreted by Particle Radiation and Interaction Theory Based on Yangton & Yington Theory. American Journal of Modern Physics. 5(2), 2016, 20-24. doi: 10.11648/j.ajmp.20160502.11.-13

Sobre la posible unificación de la ley de Coulomb y la ley De Newton de la interacción gravitacional basada en membranas: naturaleza y consecuencias

INFORME DE ORIGINALIDAD

19%	11%	1%	12%
INDICE DE SIMILITUD	FUENTES DE INTERNET	PUBLICACIONES	TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	Submitted to Universidad Nacional del Santa Trabajo del estudiante	8%
2	idoc.pub Fuente de Internet	1%
3	arxiv.org Fuente de Internet	1%
4	repositorio.uns.edu.pe Fuente de Internet	1%
5	archive.org Fuente de Internet	1%
6	edoc.pub Fuente de Internet	1%
7	www.clubensayos.com Fuente de Internet	1%
8	doku.pub Fuente de Internet	<1%

9	nocelec.blogspot.com Fuente de Internet	<1 %
10	oscarivanbs.files.wordpress.com Fuente de Internet	<1 %
11	fisica5t0.blogspot.com Fuente de Internet	<1 %
12	fr.slideshare.net Fuente de Internet	<1 %
13	www.buenastareas.com Fuente de Internet	<1 %
14	es.scribd.com Fuente de Internet	<1 %
15	www.slideshare.net Fuente de Internet	<1 %
16	dedigital.dde.pr Fuente de Internet	<1 %
17	www.unsam.edu.ar Fuente de Internet	<1 %
18	Submitted to Universidad Tecnologica de Honduras Trabajo del estudiante	<1 %
19	guapa-caja-lo.fun Fuente de Internet	<1 %
20	mifisicaen1101.wordpress.com	

	Fuente de Internet	<1 %
21	personal.redestb.es Fuente de Internet	<1 %
22	www.rolscience.net Fuente de Internet	<1 %
23	Submitted to Universidad de los Andes - Chile Trabajo del estudiante	<1 %
24	diadelsur.com Fuente de Internet	<1 %
25	hicham.galeon.com Fuente de Internet	<1 %
26	coggle.it Fuente de Internet	<1 %
27	5add1e9a-8d65-43dc-8996-2021dd50b3be.filesusr.com Fuente de Internet	<1 %
28	vsip.info Fuente de Internet	<1 %
29	www.chemedia.com Fuente de Internet	<1 %
30	UNIVERSIDAD ESTATAL DEL SUR DE MANABÍ. "VI CONGRESO INTERNACIONAL DE INGENIERÍAS: “INGENIERÍA PARA FORMAR	<1 %

	UNA SOCIEDAD SOSTENIBLE"", Editorial Internacional Runaiki, 2019 Publicación	
31	Submitted to Universidad Miguel Hernandez Servicios Informaticos Trabajo del estudiante	<1 %
32	hdl.handle.net Fuente de Internet	<1 %
33	particulas.ft.uam.es Fuente de Internet	<1 %
34	repositorioacademico.upc.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
35	es.viva-read.com Fuente de Internet	<1 %
36	www.dspace.uce.edu.ec Fuente de Internet	<1 %
37	www1.uniovi.es Fuente de Internet	<1 %

Excluir citas	Activo	Excluir coincidencias	< 15 words
Excluir bibliografía	Activo		